Унифицированная форма
№ СМК.11.ДП.ОР.237.002-16
от12.04.2016г.№ 26-п

ЧАСТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
«ГАЗПРОМ ТЕХНИКУМ НОВЫЙ УРЕНГОЙ»

Методические указания

по организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов

по учебной дисциплине

ЕН. 01 «Математика»

математического и общего естественнонаучного цикла

программы подготовки специалистов среднего звена

21.02.01 Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений

21.02.03 Сооружение и эксплуатация газонефтепроводов

и газонефтехранилищ

Новый Уренгой 2017

Методические указания разработаны в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Математика» и содержат перечень рекомендаций для оказания методической помощи в организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов специальности *21.02.01 Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений*, *21.02.03 Сооружение и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ*. Методические указания по организации внеаудиторной самостоятельной работы носят общий характер и адресованы студентам очной формы обучения.

РАЗРАБОТЧИК:
Надежда Юрьевна Автандилова, преподаватель высшей квалификационной категории

Данные методические указания
являются собственностью
© ЧПОУ «Газпром техникум Новый Уренгой»

Рассмотрены на заседании ЦКМиОЕНД
и рекомендованы к применению
Протокол № 1 от «13» сентября 2017г.
Председатель ЦКМиОЕНД
_____ О.Б. Алгазина
Зарегистрированы в реестре банка программной, оценочной и учебно-методической документации
Регистрационный номер
489.МУ(СРС).ЭМ.ЭГ.ЕН.01.ЦКМиОЕНД.001-17

СОДЕРЖАНИЕ

Введение..... 4

1 Перечень самостоятельных работ по дисциплине 5

2 Инструкции по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы студентом 7

3 Контроль внеаудиторной самостоятельной работы студентов..... 99

4 Информационное обеспечение внеаудиторной самостоятельной работы студентов 100

Лист согласования..... 102

ВВЕДЕНИЕ

Уважаемый студент!

Методические указания по выполнению самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика» созданы Вам в помощь для работы во внеаудиторное время.

Внеаудиторная самостоятельная работа проводится с целью:

систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений,

углубления и расширения теоретических знаний,

развития познавательных способностей, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;

формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации,

развития исследовательских умений;

использования материала, собранного и полученного в ходе самостоятельных занятий на семинарах, на практических и лабораторных занятиях, при написании курсовых и выпускной квалификационной работ, для эффективной подготовки к итоговым зачетам и экзаменам.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется студентом по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

Наличие положительной оценки (отметки о выполнении) каждого вида самостоятельной работы необходимо для получения допуска к экзамену, поэтому в случае невыполнения работы по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за самостоятельную работу Вы должны найти время для ее выполнения или пересдачи.

Внимание! Если в процессе выполнения заданий для самостоятельной работы возникают вопросы, разрешить которые Вам не удается, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений.

1 Перечень самостоятельных работ по дисциплине

Методические указания по организации внеаудиторной самостоятельной работы по учебной дисциплине «Математика» состоят из перечня самостоятельных работ по дисциплине, инструкций по выполнению и критериев оценки внеаудиторной самостоятельной работы, а также списка рекомендуемой основной и дополнительной литературы.

В перечне самостоятельных работ по дисциплине указаны наименования тем, которые вынесены на самостоятельное изучение, виды самостоятельной работы и примерные трудозатраты по видам самостоятельной работы.

Для выполнения внеаудиторной самостоятельной работы необходимо пользоваться учебной литературой, Интернет-ресурсами, дополнительной литературой, которые предложены в разделе 4 «Информационное обеспечение внеаудиторной самостоятельной работы» или другими источниками по Вашему усмотрению.

Самостоятельная работа рассчитана на разные уровни мыслительной деятельности. Выполненные работы позволят приобрести не только знания, но и умения, навыки, а также выработать свою методику подготовки, что очень важно в дальнейшем процессе обучения.

При изучении дисциплины предусматриваются следующие виды внеаудиторной самостоятельной работы:

– выполнение расчетно-графических работ.

Таблица 1 - Перечень самостоятельных работ по дисциплине

Наименование темы	Вид самостоятельной работы	Кол-во часов	Форма контроля
Тема 1.1. Функция. Предел функции. Непрерывность функции	Выполнение расчетно-графической работы №1	2	Отчетная работа
Тема 1.2. Производная и дифференциал функции. Приложение производной к решению задач	Выполнение расчетно-графической работы №2	2	Отчетная работа
Тема1.3. Интеграл и его приложения.	Выполнение расчетно-графической работы №3	2	Отчетная работа
Тема 1.4. Дифференциальные уравнения	Выполнение расчетно-графической работы №4	4	Отчетная работа
Тема 2.2. Случайная величина, ее функция распределения	Выполнение расчетно-графической работы №5	4	Отчетная работа
Тема 2.3. Элементы математической статистики	Выполнение расчетно-графической работы №6	2	Отчетная работа
Раздел 3. Комплексные числа	Выполнение расчетно-графической работы №7	4	Отчетная работа
Раздел 4. Линейная алгебра	Выполнение расчетно-графической работы №8	4	Отчетная работа
Всего		24	часов

2 Инструкции по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы студентом

Внеаудиторная самостоятельная работа— одна из важнейших форм работы студентов. Она призвана привить Вам навыки к поиску источников, анализу новой информации, к умению делать выводы, а также к умению выступать перед аудиторией с творческими работами, подготовленными в ходе выполнения самостоятельной работы. Организация внеаудиторной самостоятельной работы имеет теоретическую и практическую ценность, так как с одной стороны расширяет круг ваших знаний, а с другой стороны учит самостоятельно работать с документами и другой литературой в поисках ответов на интересующие их вопросы.

2.1 Выполнение расчетно-графических работ

Нормы времени выполнения - 2-4 часа

Общие рекомендации и требования к работе с таблицами –

Расчетно-графическая работа – это самостоятельное исследование, которое создано на обоснование теоретического материала по основным темам курса и выработку навыков практического выполнения математических расчетов. Сущность расчетно-графической работы состоит в выполнении наиболее типичных расчетов.

Каждый студент 2-го курса в 4-м семестре должен выполнить шесть расчетно-графических работ по математике. Задания выбираются по номерам списка учебной группы

Правила выполнения расчетно-графической работы:

- при выполнении расчетно-графической работы необходимо строго придерживаться указанных ниже правил. Работа, выполненная без соблюдения этих правил не зачитывается и возвращается для переработки;
- в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по положенному варианту;
- решения задач следует располагать в порядке номеров, указанных в задании, сохраняя номера задач;

- перед решением каждой задачи надо полностью написать ее условие. В том случае, если несколько задач, из которых студент выбирает задачу своего варианта, имеют общую формулировку, следует, переписывая условия задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера;
- решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая четкие и соразмерные необходимые чертежи.

Темы расчетно-графических работ –

Выполнение расчетно-графической работы №1 «Предел функции. Непрерывность»

Выполнение расчетно-графической работы №2 «Дифференцирование функции»

Выполнение расчетно-графической работы №3 «Интегрирование функции»

Выполнение расчетно-графической работы №4 «Дифференциальные уравнения»

Выполнение расчетно-графической работы №5 «Вероятность события. Случайная величина»

Выполнение расчетно-графической работы №6 «Вариационный ряд, его характеристики»

Выполнение расчетно-графической работы №7 «Комплексные числа»

Выполнение расчетно-графической работы №8 «Матрицы и определители. Системы линейных уравнений»

Расчетно-графическая работа №1 «Предел функции. Непрерывность»

Работа состоит из двух заданий для 25 вариантов.

Вариант 1

Задание 1.Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x}, x < -\pi, \\ 2\cos x, -\pi \le x < \pi \\ 0, x \ge \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 2}\frac{x^2-5x+6}{x^2-12x+20}$ *d)* $lim_{x\to -\infty}\frac{x^5-2x+4}{2x^4+3x^2+1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+4}{x+8}\right)^{-3x}$

b) $lim_{x\to -3}\frac{2x^2+11x+15}{3x^2+5x-12}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+3x-5}{7x^3-2x^2+1}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+3}{5x+7}\right)^{x+1}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^3-5x^2+2}{2x^3+5x^2-x}$ *f)* $lim_{x\to 3}\frac{x^2+x-12}{\sqrt{x-2}-\sqrt{4-x}}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{1-cos8x}{3x^2}$

Вариант 2

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+1}, x < -2, \\ sin\frac{\pi x}{4}, -2 \le x < 3 \\ x^2, x \ge 3 \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 0}\frac{x^3-x^2+2x}{x^2+x}$ *c)* $lim_{x\to\infty}\frac{4x^3+7x}{2x^3-4x^2+5}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{3x^2-7x+2}{x^4+2x-4}$

b) $lim_{x\to 1}\frac{2x^2+5x-10}{x^3-1}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{3x^4+2x-5}{2x^2+x+7}$ *f)* $lim_{x\to -4}\frac{\sqrt{x+12}-\sqrt{4-x}}{x^2+2x-8}$

g) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+1}\right)^{2x-3}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^{x}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{sin3x-sinx}{5x}$

Вариант 3

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases}\sqrt{2-x}, x<-2,\\ x^2+x, -2\le x\le 1\\ 3, x>1\end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 3}\frac{6+x-x^2}{x^3-27}$ *d)* $lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2+7x-4}{x^5+2x-1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{1+2x}\right)^{-4x}$

b) $lim_{x\to 1}\frac{x^3-3x+2}{x^2-4x+3}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{7x^4-3x+4}{3x^2-2x+1}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^{3x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{5x^4-3x^2+7}{x^4+2x^3+1}$ *f)* $lim_{x\to-3}\frac{\sqrt{x+10}-\sqrt{4-x}}{2x^2-x-21}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{cosx-cos5x}{2x^2}$

Вариант 4

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases}3x-1, x<0,\\ log_3(x+1), 0\le x\le 2\\ x^2-x-1, x>2\end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 1}\frac{2x^2-x-1}{3x^2-x-2}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{3x-x^6}{x^2-2x+5}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x}\right)^{2-3x}$

b) $lim_{x\to 2}\frac{3x^2+2x+1}{x^3-8}$ *e)* $lim_{x\to-\infty}\frac{2x^2-x+7}{3x^4-5x^2+10}$ *h)* $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x-1}{4x+1}\right)^{3x-1}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{7x^3-2x^2+4x}{2x^3+5}$ *f)* $lim_{x\to-2}\frac{\sqrt{2-x}-\sqrt{x+6}}{x^2-x-6}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{tg3x}{2sinx}$

Вариант 5

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} \sin x, x < -\frac{\pi}{2}, \\ -1, -\frac{\pi}{2} \le x < e, \\ \ln x, x \ge e. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 2}\frac{2x^2-7x+4}{x^2-5x+6}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+7x-1}{3x^4+2x+5}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$

b) $lim_{x\to -1}\frac{x^4-x^2+x+1}{x^4+1}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{4x^3-2x^2+x}{3x^2-x}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x+8}{x-2}\right)^{x+4}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{x^3-4x^2+28x}{5x^3+3x^2+x-1}$ *f)* $lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{3+2x}-\sqrt{x+4}}{3x^2-4x+1}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{tgx-sinx}{3x^2}$

Вариант 6

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} 2x+3, x \le 0, \\ x^2+2x+3, 0 < x < 1, \\ log_2(x+1), x \ge 1. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 3}\frac{12+x-x^2}{x^3-27}$ *d)* $lim_{x\to -\infty}\frac{2x^3+7x^2+4}{x^4+5x-1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x}\right)^{-5x}$

b) $lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x-1}{x^4-1}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-2x+1}{3x^2+2x-5}$ *h)* $lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x+1}{3x-1}\right)^{2x+1}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+10x+3}{2x^2+5x-3}$ *f)* $lim_{x\to 2}\frac{x^2-3x+2}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x+1}}$ i) $lim_{x\to 0}\frac{arcsin5x}{sin3x}$

Вариант 7

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, x < -\dfrac{\pi}{2}, \\ tg\dfrac{x}{2}, -\dfrac{\pi}{2} \le x \le \dfrac{\pi}{2}, \\ 1, x > \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 1/3}\frac{3x^2+2x-1}{27x^3-1}$ *d)* $lim_{x\to -\infty}\frac{3x^6-5x^2+2}{2x^3-4x-5}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x+1}\right)^{1+2x}$

b) $lim_{x\to 2}\frac{2x^2-x+3}{5x^2+3x-3}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-5x+2}{x^4+3x^2-9}$ *h)* $lim_{x\to -\infty}\left(\frac{2x+1}{x-1}\right)^{4x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{-3x^4+x^2+x}{x^4+3x-2}$ *f)* $lim_{x\to -1}\frac{3x^2+4x+1}{\sqrt{x+3}-\sqrt{5+3x}}$ *i)* $lim_{x\to 1}(1-x)tg\frac{\pi x}{2}$

Вариант 8

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 1, x \le -1, \\ 5^{-x}, -1 < x < 0, \\ \sqrt{x}, x \ge 0. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to -1}\frac{x^2-4x-5}{x^2-2x-3}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{x^7+5x^2-4x}{3x^2+11x-7}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{x-1}\right)^{x-4}$

b) $lim_{x\to -2}\frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{5x^2-4x+2}{4x^3+2x-5}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right)^{5x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{2x^2+7x+3}{5x^2-3x+4}$ *f)* $lim_{x\to 4}\frac{2x^2-9x+4}{\sqrt{5-x}-\sqrt{x-3}}$ *i)* $lim_{x\to\pi/2}\frac{1-sinx}{\pi-2x}$

Вариант 9

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} 3x+5, x \le -1, \\ cos\pi x, -1 < x < 0, \\ e^x, x \ge 0. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to-1}\frac{3x^2+2x-1}{-x^2+x+2}$ *d)* $lim_{x\to-\infty}\frac{7x^2+5x+9}{1+4x-x^3}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x}{2x-3}\right)^{3x}$

b) $lim_{x\to-1}\frac{x^2-1}{x^2+3x+2}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-3x^2+2x}{x^2+7x+1}$ *h)* $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+3}{2x-4}\right)^{x+2}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{-x^2+3x+1}{3x^2+x-5}$ *f)* $lim_{x\to5}\frac{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}{2x^2-7x-15}$ *i)* $lim_{x\to0}\frac{tg2x-sin2x}{x^2}$

Вариант 10

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} log_2(1-x), x \le -1, \\ 2x+3, -1 < x \le 4, \\ \sqrt[3]{2x}, x > 4. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to3}\frac{3x^2-11x+6}{2x^2-5x-3}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{3x^4+x^2-6}{2x^2+3x+1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-7}{x}\right)^{2x+1}$

b) $lim_{x\to-4}\frac{2x^2+7x-4}{x^3+64}$ *e)* $lim_{x\to-\infty}\frac{3x^2-7x+5}{4x^5-3x^3+2}$ *h)* $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x+1}{3x-1}\right)^{x-1}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{x^3-3x^2+10}{7x^3+2x+1}$ *f)* $lim_{x\to-5}\frac{\sqrt{3x+17}-\sqrt{2x+12}}{x^2+8x+15}$ *i)* $lim_{x\to0}\frac{1-cos^2x}{xtgx}$

Вариант 11

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} x, x \le -\dfrac{\pi}{2}, \\ \mathrm{tg}\dfrac{x}{2}, -\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}, \\ \sin x, x \ge \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{x^2+x-6}$ *d)* $lim_{x\to -\infty}\frac{2x^2+5x+7}{3x^4-2x^2+x}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{x+4}\right)^{3x+2}$

b) $lim_{x\to -5}\frac{4x^2+19x-5}{2x^2+11x+5}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{7x^5+6x^4-x^3}{2x^2+6x+1}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{4x^2+5x-7}{2x^2-x+10}$ *f)* $lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}-1}$

h) $lim_{x\to 0}(\frac{1}{tgx}-\frac{1}{sinx})$ *i)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{5x-3}{x+4}\right)^{x+3}$

Вариант 12

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} 2-3x^2, x < 0, \\ 2cos3x, 0 \le x < \dfrac{\pi}{2}, \\ -x, x \ge \dfrac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to -1}\frac{x^2-x-2}{x^3+1}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{3x^3+4x^2-7x}{2x^2+7x-3}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+1}{2x-1}\right)^{x+2}$

b) $lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2+x-1}{x^3+x-2}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{4-3x-2x^2}{3x^4+5x}$ *h)* $lim_{x\to -\infty}\left(\frac{2x-3}{7x+4}\right)^{x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^4+2x+1}{x^4-x^3+2x}$ *f)* $lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{7-x}-\sqrt{7+x}}{\sqrt{7}x}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{sin^2 3x-sin^2 x}{x^2}$

Вариант 13

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} -3x, x \leq 0, \\ \dfrac{x^2}{3}, 0 < x \leq 3, \\ -\mathrm{x}, x > 3. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 4}\frac{x^2-16}{x^2+x-20}$ *d)* $lim_{x\to -1}\frac{5x^3-3x^2+7}{2x^4+3x^2+1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{x+1}\right)^{2x-3}$

b) $lim_{x\to 1}\frac{x^2-2x+1}{2x^2-7x+5}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{7-3x^4}{2x^3+3x^2-5}$ *h)* $lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x-5}{3x+4}\right)^{2x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^3+2x+9}{2x^2-x+4}$ *f)* $lim_{x\to 0}\frac{3x}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$ i) $lim_{x\to 0}\frac{sin7x-sin3x}{xsinx}$

Вариант 14

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} 3^{-x}, x < -1, \\ -\dfrac{x}{3}, -1 \leq x < 5, \\ \sqrt{\mathrm{x}+4}, x \geq 5. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to -3}\frac{4x^2+11x-3}{x^2+2x-3}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{5x^2-3x+1}{1+2x-x^4}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x-3}\right)^{x-5}$

b) $lim_{x\to 2}\frac{x^3-8}{2x^2-9x+10}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{8x^4+7x^3-3}{3x^2-5x+1}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+3}{4x-5}\right)^{2x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+5x-7}{3x^2+x+1}$ *f)* $lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{2x+1}-3}{\sqrt{x-2}-\sqrt{2}}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{1-cos5x}{2x^2}$

Вариант 15

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} sinx, x \le -\pi, \\ \mathrm{x} + \pi, -\pi < x < 0, \\ -e^x, x \ge 0. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 3}\frac{3x^2-7x-6}{2x^2-7x+3}$ *d)* $lim_{x\to -\infty}\frac{2x^3+3x^2+5}{3x^2-4x+1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x-4}{3x+2}\right)^{2x}$

b) $lim_{x\to -2}\frac{9x^2+17x-2}{x^2+2x}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{3x+7}{2-3x+4x^2}$ *h)* $lim_{x\to -\infty}\left(\frac{x-2}{3x+1}\right)^{5x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+7x-2}{3x^3-x-4}$ *f)* $lim_{x\to -1}\frac{\sqrt{5+x}-2}{\sqrt{8-x}-3}$ i) $lim_{x\to 0}\frac{cos2x-cos4x}{3x^2}$

Вариант 16

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x, x \le 1 \\ \mathrm{lnx}, 1 < x \le \mathrm{e}^2, \\ \sqrt{\mathrm{x}}, x > \mathrm{e}^2. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to -2}\frac{4x^2+7x-2}{3x^2+8x+4}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{6x^2-5x+2}{4x^3+2x-1}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+4}\right)^{3x-1}$

b) $lim_{x\to 1}\frac{x^3+x-2}{x^3-x^2-x+1}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{2x^3-3x+1}{7x+5}$ *h)* $lim_{x\to -\infty}\left(\frac{3x-4}{x+6}\right)^{x-1}$

c) $lim_{x\to 0}\frac{18x^2+5x}{8-3x-9x^2}$ *f)* $lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-3}{\sqrt{x-1}-2}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{arctg2x}{tg3x}$

Вариант 17

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} cosx, x \le -\pi, \\ -1, -\pi < x < 3, \\ \log_2(x+1), x \ge 3. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to-1}\frac{5x^2+4x-1}{3x^2+x-2}$ d) $lim_{x\to-\infty}\frac{11x^3+3x}{2x^2-2x+1}$ g) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-4}{2x}\right)^{-3x}$

b) $lim_{x\to0}\frac{4x^3-2x^2+5x}{3x^2+7x}$ e) $lim_{x\to\infty}\frac{10x-7}{3x^4+2x^2+1}$ h) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-2}{3x+10}\right)^{3x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^4-6x^2+2}{x^4+4x-3}$ f) $lim_{x\to7}\frac{\sqrt{x-3}-2}{\sqrt{x+2}-3}$ i) $lim_{x\to0}\frac{tg3x-sin3x}{2x^2}$

Вариант 18

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases} x^2, x<0, \\ \mathrm{x}-1, 0\le x<1, \\ \mathrm{lnx}, x\ge 1. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to-1}\frac{x^2-4x-5}{3x^2+2x-2}$ d) $lim_{x\to\infty}\frac{8x^2+3x+5}{4x^3-2x^2+1}$ g) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+5}{x}\right)^{3x+4}$

b) $lim_{x\to1}\frac{4x^4-5x^2+1}{x^2-1}$ e) $lim_{x\to-\infty}\frac{5x^4-3x^2}{1+2x+3x^2}$ h) $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{2x-3}{x+4}\right)^{6x+1}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{8x^2+4x-5}{4x^2-3x+2}$ f) $lim_{x\to3}\frac{\sqrt{4x-3}-3}{x^2-9}$ i) $lim_{x\to\pi/4}\frac{1-sin2x}{\pi-4x}$

Вариант 19

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{x}, x<0, \\ \sin2\mathrm{x}, 0\le x<\frac{\pi}{2}, \\ \mathrm{x}-\frac{\pi}{2}, x\ge\frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to-1}\frac{7x^2+4x-3}{2x^2+3x+1}$ d) $lim_{x\to-\infty}\frac{6x^3+5x^2-3}{2x^2-x+7}$ g) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-7}{x+1}\right)^{4x-2}$

b) $lim_{x\to3}\frac{3x^2+5x-1}{x^2-5x+6}$ e) $lim_{x\to\infty}\frac{5x+3}{x^3-4x^2-x}$ h) $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+3}{3x-1}\right)^{2x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{8x^4-4x^2+3}{2x^4+1}$ f) $lim_{x\to3}\frac{\sqrt{5x+1}-4}{x^2+2x-15}$ i) $lim_{x\to0}\frac{cos4x-cos^3 4x}{3x^2}$

Вариант 20

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{5}{x}, x<-1,\\ 3\mathrm{x}-2, -1\le x<2,\\ 2^x, x\ge 2.\end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to4}\frac{3x^2-3x+2}{x^2-x-12}$ e) $lim_{x\to-\infty}\frac{3x^4+5x}{2x^2-3x-7}$ i) $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{1}{sin2x}-\frac{1}{tg2x}\right)$

b) $lim_{x\to-5}\frac{x^2-x-30}{x^3+125}$ f) $lim_{x\to0}\frac{2-\sqrt{x^2+4}}{3x^2}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-4x+2}{6x^2+5x+1}$ g) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x+2}{x}\right)^{3-2x}$

d) $lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+4x-7}{x^4-2x^3+1}$ h) $lim_{x\to\infty}\left(\frac{6x+5}{x-10}\right)^{5x}$

Вариант 21

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases}-2sinx, x\le-\pi,\\ 0, -\pi<x<e,\\ \mathrm{lnx}, x\ge \mathrm{e}.\end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to2}\frac{2x^2-9x+10}{x^2+3x-10}$ b) $lim_{x\to4}\frac{x^2+3x-28}{x^3-64}$ c) $lim_{x\to\infty}\frac{7x^3+4x}{x^3-3x+2}$

d) $lim_{x\to-\infty}\frac{8x^5-4x^3+3}{2x^3+x-7}$ *f)* $lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{\sqrt{x^2+16}-4}$ *h)* $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{3x+7}{x+4}\right)^{4x}$

e) $lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-5x+3}{3x^4-2x^2+x}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2-3x}{5-3x}\right)^{x}$ i) $lim_{x\to0}\frac{cos^2x-cos^22x}{x^2}$

Вариант 22

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases} log_3(1-x), x\le-2, \\ \mathrm{x}+3, -2<x<2, \\ x^2, x\ge 2. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to1}\frac{4x^2+x-5}{x^2-2x+1}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{2x^2-7x+1}{x^3+4x^2-3}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{1-x}{2-x}\right)^{3x}$

b) $lim_{x\to1/2}\frac{8x^3-1}{x^2-1/4}$ *e)* $lim_{x\to-\infty}\frac{2x^5-x^3}{4x^2+3x-6}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{x-1}{4x+5}\right)^{3x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{1+4x-x^4}{x+3x^2+2x^4}$ *f)* $lim_{x\to0}\frac{3x}{\sqrt{5-x}-\sqrt{5+x}}$ *i)* $lim_{x\to0}\frac{arcsin5x}{x^2-x}$

Вариант 23

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x)=\begin{cases} 2^{-x}, x\le-1, \\ \mathrm{x}^2-2x-1, -1<x\le 3, \\ -\mathrm{x}+2, x>3. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to2}\frac{-5x^2+11x-2}{3x^2-x-10}$ *d)* $lim_{x\to-\infty}\frac{5x^4-2x^3+3}{2x^2+3x-7}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x-1}{4x+1}\right)^{2x}$

b) $lim_{x\to4}\frac{x^2+3x-28}{x^2-4x}$ *e)* $lim_{x\to\infty}\frac{3x+1}{x^3-5x^2+4x}$ *h)* $lim_{x\to-\infty}\left(\frac{5x-7}{x+6}\right)^{2x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+7x^2-2}{6x^3-4x+3}$ *f)* $lim_{x\to3}\frac{\sqrt{2x+7}-5}{3-\sqrt{x}}$ *i)* $lim_{x\to0}\frac{1-cos^22x}{x\,arcsinx}$

Вариант 24

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x}, x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1), 0 < x < 3, \\ \mathrm{x} - 5, x \geq 3. \end{cases}$$

Задание 2.Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 7}\frac{x^2-5x-14}{2x^2-9x-35}$ *d)* $lim_{x\to\infty}\frac{8x^3+x^2-7}{2x^2-5x+3}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{3x+4}{3x}\right)^{-2x}$

b) $lim_{x\to -2}\frac{3x^2+11x+10}{x^2-5x+14}$ *e)* $lim_{x\to -\infty}\frac{2-x-3x^2}{x^3-16}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{3-4x}{2-x}\right)^{6x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{3x+14x^2}{1+2x+7x^2}$ *f)* $lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^3+x^2}$ i) $lim_{x\to 0}\frac{1-cos4x}{x\,sinx}$

Вариант 25

Задание 1. Построить график функции и найти точки разрыва функции.

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x, x \leq -2, \\ \mathrm{x} - 1, -2 < x < 1, \\ 3^x, x \geq 1. \end{cases}$$

Задание 2. Найти указанные пределы.

a) $lim_{x\to 5}\frac{3x^2-6x-45}{2x^2-3x-35}$ *f)* $lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{\sqrt{3x}-x}$

b) $lim_{x\to -2}\frac{x^2-4}{3x^2+x-10}$ *g)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x-1}{2x+4}\right)^{-x}$

c) $lim_{x\to\infty}\frac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$ *h)* $lim_{x\to\infty}\left(\frac{1-2x}{3-x}\right)^{-x}$

d) $lim_{x\to -\infty}\frac{3x^4+2x^2-8}{8x^3-4x+5}$ *i)* $lim_{x\to 0}\frac{cos5x-cosx}{4x^2}$

e) $lim_{x\to\infty}\frac{4x^2-10x+7}{2x^3-3x}$

Расчетно-графическая работа №2 «Дифференцирование функции»

Работа состоит из 3 заданий для 25 вариантов.

Вариант 1

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 3x^5 - \frac{1}{x} + \sqrt[4]{x} + 2^{3x} + 7x^7 + e^{-x^2}$; б) $y = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$; в) $y = \frac{x^3}{(x-2)^2}$;

г) $y = (x+1)^2 \cos 5x + \ln(\mathrm{tg}(2x+1))$;

д) $y = \mathrm{arctg}(e^{2x} + 3) + \sqrt{x + \sqrt[3]{x}} + 7^{\mathrm{ctg}^2 x}$.

2. Показать, что функция $y = xe^{-x^2/2}$ удовлетворяет уравнению $xy' = (1 - x^2)y$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = (4x - x^2)/4$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Вариант 2

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 4x^7 + \frac{1}{x^2} - \sqrt{2x} + 2^{tgx} + 3^{\cos 4x}$;

б) $y = x^2 \cos 7x + \sin(3x^7 + 1) + 8x$; в) $y = \frac{x^2}{(x+1)^2}$;

г) $y = \frac{e^{3x+2}}{1 + \cos 3x}$; д) $y = \arcsin e^{4x} + (x+2)e^{-x^2} + \ln^5 \sin x$.

2. Показать, что функция $y = \frac{\sin x}{x}$ удовлетворяет уравнению $xy' + y = \cos x$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = 2x^2 + 3x - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

Вариант 3

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 7x + \frac{1}{x^3} - \sqrt[3]{x} + 3^{ctgx} + 8^{\cos 4x}$; б) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^2}{1-x^2}}$;

в) $y = \ln\frac{x^2}{1-x^2}$; г) $y = \cos^4 x + \sin^4 x + \sin(x+6) - x\cos 4x + 3x\arcsin 2x$;

д) $y = \sqrt{x^2+1} + \sqrt[3]{x^3+1} + (x^2+2x+2)e^{-x}$.

2. Показать, что функция $y = 5e^{-2x} + e^x/3$ удовлетворяет уравнению $y' + 2y = e^x$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = x - x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

Вариант 4

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 9x^2 + \frac{1}{2x^2} - \sqrt[3]{x} + \frac{3}{x} + x^2 + e^{-x^2}$; б) $y = \sqrt[3]{x^3+1}$;

в) $y = \frac{9-x^2}{9+x^2}$; г) $y = 3\sin^2 x\cos 2x + \ln(\sin(2x+5)) + x\,arctg\,3x$;

д) $y = e^{\sin 5x}\ln x + 9^{\cos^2 x}$.

2. Показать, что функция $y = 2 + c\sqrt{1-x^2}$, $c = const$ удовлетворяет уравнению $(1-x^2)y' + xy = 2x$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^2 + 8\sqrt{x} - 32$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

Вариант 5

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 3x^5 - \frac{1}{x^5} - \sqrt[5]{x} + 5^{tgx} + 3^{\sin x}$; б) $y = 2\sqrt{4x+3} - \frac{3}{\sqrt{x^3 + x + 1}}$;

в) $y = \frac{1+e^x}{1-e^x}$; г) $y = \sin^2 2x + (\ln x + 1)^2 \cos 2x + \ln(tg5x)$;

д) $y = \arcsin\sqrt{1-4x} + x\sqrt{1+x^2}$

2. Показать, что функция $y = x\sqrt{1-x^2}$ удовлетворяет уравнению $yy' = x - 2x^3$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = x + \sqrt{x^3}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 6

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 2x^7 - \frac{1}{7x^7} - \sqrt[7]{2x} + e^{\sqrt{2x}} + 3$; б) $y = \sqrt{x^3 + 1} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}$;

в) $y = \frac{x^2}{x^3 - 1}$; г) $y = (3 - \sin^2 x)^3 + \frac{1 + \cos 2x}{x^3} + \sin(3x + 9)$;

д) $y = arctgx^2 + 7x^6 + x^2 \ln(x^2 + 1)$

2. Показать, что функция $y = -\frac{1}{3x + c}$, $c = const$ удовлетворяет уравнению $y' = 3y^2$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \sqrt[3]{x^2} - 20$ в точке с абсциссой $x_0 = -8$.

Вариант 7

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 3x^7 - \frac{1}{x^7} - \sqrt[7]{3x} + \ln\sqrt{x+1} + (16x^2 + 1)arctg\,4x$;

б) $y = \sqrt{3 - 4x + 5x^2} + 4x\ln x$;

в) $y=\dfrac{\sin 5x}{4-\cos 5x}$; г) $y=\arcsin(3x^2+2)+\dfrac{\sin^2 x}{2+\cos^2 x}$;

д) $y=3^{\sin^2 x}+(2x+5)e^{-x^5}$.

2. Показать, что функция $y=\dfrac{c}{\cos x}$, $c=const$ удовлетворяет уравнению $y'-ytgx=0$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\dfrac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ в точке с абсциссой $x_0=4$.

Вариант 8

1. Найти первые производные функций.

а) $y=4x^9-\dfrac{4}{x^9}-\sqrt[9]{4x}+3x^2\ln x^3$; б) $y=(2x+2\cos x)e^{-x}$;

в) $y=\dfrac{x^2+1}{x^2-1}$; г) $y=e^x\cos x+2^{ctg^2 x}+x\arccos\sqrt{4-x^2}$;

д) $y=\dfrac{3+\sin 2x}{9-e^{2x}}+arctg\,\dfrac{2x}{1-x^2}$.

2. Показать, что функция $y=\ln(c+e^x)$, $c=const$ удовлетворяет уравнению $y'=e^{x-y}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=8\sqrt[4]{x}-70$ в точке с абсциссой $x_0=16$.

Вариант 9

1. Найти первые производные функций.

а) $y=15x^3-\dfrac{15}{x^3}-\sqrt[3]{x^2}+\dfrac{x}{x-1}-\ln x$; б) $y=\dfrac{\cos 3x}{\sin 3x-4}$;

в) $y=e^{\sin 4x+8}+\cos^{10}x+\sin 10x$; г) $y=tg^2\sqrt{x+5}+8x+7+3^{\arccos 3x}$;

д) $y=\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}+\sqrt{1+\ln^2 x}$.

2. Показать, что функция $y=\sqrt{x^2-cx},\ c=const$ удовлетворяет уравнению $2xyy'=\left(x^2+y^2\right)$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=2x^2-3x+1$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

Вариант 10

1. Найти первые производные функций.

а) $y=5x^{10}+\frac{5}{x^{10}}+\sqrt[10]{5x}+\ln\sin(3x+5)$; б) $y=x^2\sqrt{1-x^2}$;

в) $y=\frac{x^3}{x^2-1}$; г) $y=\left(e^{\cos x}+3\right)^2+\sqrt{1+\cos^2 x^2}+\sin x\cos(7x+5)$;

д) $y=arctg\,\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}+5^{\sin x^3}$.

2. Показать, что функция $y=x(c-\ln x),\ c=const$ удовлетворяет уравнению $xy'=y-x$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\frac{x^2-3x+6}{x^2}$ в точке с абсциссой $x_0=3$.

Вариант 11

1. Найти первые производные функций.

а) $y=3x^{11}+\frac{5}{x^{11}}+\sqrt[11]{x^3}+2\cos\left(4x+x^2\right)$; б) $y=\left(1-x^2\right)\cos 2x+e^{-x}\sin 2x$;

в) $y=\frac{x}{\sqrt{25-x^2}}$; г) $y=arctg(\ln x)+\ln(\sin x)+\left(\sin\frac{x}{2}-\cos\frac{x}{2}\right)^2$;

д) $y=\sqrt[3]{x+x\sqrt{x}}+\ln^5(x^2-1)$.

2. Показать, что функция $y = e^{tg(x/2)}$ удовлетворяет уравнению $y' \sin x = y \ln y$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 64$.

Вариант 12

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 12x^7 - \frac{12}{x^7} + \sqrt[7]{x^2} + 3^{\cos 4x} + 7^{\cos 4x}$; б) $y = x^2 \arccos\frac{x}{2} - 4x + \left(x^3 + x^2\right)e^{-x}$;

в) $y = \frac{x^5}{x^4 + 2}$; г) $y = arctg^2 x + 6x^2 + \frac{4 + \cos 3x}{\sin(5x + 3)} + e^{ctg 3x}$;

д) $y = 5^{\frac{1-x^2}{1+x^2}} + \sqrt[4]{1 + \cos x^4}$.

2. Показать, что функция $y = \frac{x+1}{1-x}$ удовлетворяет уравнению $y' = \frac{1+y^2}{1+x^2}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{x^3 + 2}{x^3 - 2}$ в точке с абсциссой $x_0 = 2$.

Вариант 13

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 6x^7 + \frac{7}{x^6} + \sqrt[6]{x^5} + x^5 e^{-x}$; б) $y = \ln\left(x^2 + 5\right) + 2^{tg 3x}$;

в) $y = \frac{x^6}{6x^5 - 1}$; г) $y = \sqrt[3]{2 - x^2\sqrt{x}} + \ln^3 \sin(3x + 3)$;

д) $y = arctg \frac{x}{\sqrt{1 - x^2}} + \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$.

2. Показать, что функция $y = \frac{x+2}{1+2x}$ удовлетворяет уравнению

$y - xy' = 2\left(1 + x^2 y'\right)$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = 2x^2 + 3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

Вариант 14

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 12x^{14} + \frac{14}{x^2} - 12\sqrt[12]{x} + 8xe^{-x^2}$; б) $y = \ln\left(2x^3 + 3x^2\right)$; в) $y = \frac{x}{x^2 + 2}$;

г) $y = (3x+1)^5 \cos 3x + \frac{\sin x}{3\cos^2 x}$; д) $y = arctg^2 e^x + 5^{\frac{x}{x+1}} + \sqrt[3]{x^2 + 3x}$.

2. Показать, что функция $y = \sqrt[3]{2 + 3x - 3x^2}$ удовлетворяет уравнению $yy' = \frac{1 - 2x}{y}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{x^{29} + 6}{x^4 + 1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 15

1. Найти первые производные функций.

а) $y = x^{15} + \frac{15}{x^2} - \sqrt{x} + \left(5x + x^3\right)\ln x^2$; б) $y = \cos(10x + x^3) + 7^{arctgx}$;

в) $y = \frac{1 + 2x - x^2}{x + 1}$; г) $y = \frac{\cos x}{1 - \sin x} + 2\sin 4x + 4 + \ln(4 + \sin 4x)$;

д) $y = \arccos\frac{1}{2x^2} + \left(1 + \sqrt[3]{x}\right)^3$.

2. Показать, что функция $y = tg \ln 3x$ удовлетворяет уравнению $xy' = 1 + y^2$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = 2x + \frac{1}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 16

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 2x^5 + \frac{5}{x^2} - \sqrt[5]{2x} + (3x+2)\sin 3x$; б) $y = \frac{\cos x}{\sin^2 x} + \frac{\sin x}{\cos^2 x}$; в) $y = \frac{x^3}{\sqrt{x^3+1}}$;

г) $y = \sqrt[3]{x^2 + \cos^2 x} + \ln^2 tg 2x + 7^{\ln^2 x}$; д) $y = \arcsin e^{7x} + x\arccos x - \sqrt{2 - x^3}$

2. Показать, что функция $y = -\sqrt{\frac{2}{x^2} - 1}$ удовлетворяет уравнению $1 + y^2 + xyy' = 0$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = -\frac{2\left(x^8+2\right)}{3\left(x^4+1\right)}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 17

1.Найти первые производные функций.

а) $y = x^7 + \frac{7}{x^3} - \sqrt[3]{7x} + 2\sqrt{4x} + e^x \sin 2x$; б) $y = \left(5 + x^3\right)^2 e^{-x}$; в) $y = \frac{4}{\sqrt[3]{x^2+5}}$;

г) $y = 7^{\sqrt{\cos x}} + \sqrt[3]{x + \sqrt[3]{x}}$; д) $y = arctg\sqrt{\frac{3-x}{x-2}} + \cos\left(3^x\right) + \frac{\sin x}{1 + \ln\sin x}$.

2. Показать, что функция $y = \sqrt{\ln\left(\frac{1+e^x}{2}\right)^2 + 1}$ удовлетворяет уравнению $\left(1+e^x\right)yy' = e^x$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{x^5+1}{x^4+1}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 18

1. Найти первые производные функций.

а) $y = x^5 + \frac{5}{x^3} - \sqrt[3]{5x} + \left(x^2 + 6\right)\ln 3x$; б) $y = e^{3x}\cos 3x + 2^{\sin 3x}$; в) $y = \frac{x^2}{1-x} + \frac{9x+8}{x^3}$;

г) $y = \frac{2\sin 5x}{1-\cos 3x} + 2tg^3\left(x^3 + 2\right)$; д) $y = \arcsin\left(\cos x^2\right) + x^2 + arctg^2\frac{1}{x}$

2. Показать, что функция $y = \sqrt[3]{x - \ln x - 1}$ удовлетворяет уравнению $\ln x + y^3 - 3xy^2 y' = 0$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = \frac{x^{16}+9}{1-5x^2}$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 19

1. Найти первые производные функций.

а) $y = 7x^2 + \frac{x^5}{5} - \sqrt[5]{x} + \ln ctg^3 x$; б) $y = \sin^2 6x + 3x^2$; в) $y = \frac{x^7}{x^5 - 2}$;

г) $y = \frac{1+e^{2x}}{1-e^{4x}} + arctg\left(tg^2 x + 2\right)$;

д) $y = 2^{\frac{x}{1+x}} + 7^{\cos 2x} + \ln\left(x + \sqrt{x^2 + 2x + 3}\right) + \sqrt{3x}\arcsin x^2$

2. Показать, что функция $y = a + \frac{7x}{ax+1}$, $a = const$ удовлетворяет уравнению $y - xy' = a\left(1 + x^2 y'\right)$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y = 3\left(\sqrt[3]{x} - 2\sqrt{x}\right)$ в точке с абсциссой $x_0 = 1$.

Вариант 20

1. Найти первые производные функций.

а) $y = x^7 - \frac{x^6}{6} + \sqrt[6]{x} + 2\ln ctg\frac{x}{2}$; б) $y = \sqrt{x} - arctg\sqrt{x} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$;

в) $y=\dfrac{x}{6(x+1)}$; г) $y=3x\sin^3 x-\cos^3 x+\ln^2\sin 3x$;

д) $y=\arcsin\left(e^{-4x}\right)+5^{\frac{1-x}{1+x}}+3^{\cos 4x}$.

2.Показать, что функция $y=a\cdot tg\sqrt{\dfrac{a}{x}-1},\ a=const$ удовлетворяет уравнению $a^2+y^2+2x\sqrt{ax-x^2}\,y'=0$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\dfrac{1}{3x+2}$ в точке с абсциссой $x_0=2$.

Вариант 21

1. Найти первые производные функций.

а) $y=x^5-\dfrac{1}{x^5}+\sqrt[5]{x}+\sqrt{x}e^{\sqrt{x}}+5^{\cos 4x}$; б) $y=\dfrac{\cos x}{\sin^2 x}+\ln tg\,\dfrac{x}{2}$; в) $y=\dfrac{x^2}{1+x^2}+\dfrac{2x+6}{x^3}$;

г) $y=\ln^2 arctgx+arctg(7\sin 3x)$; д) $y=\sqrt{x+2\sqrt{x}}+\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}$.

2.Показать, что функция $y=\left(x^2+1\right)e^{x^2}$ удовлетворяет уравнению $y'-2xy=2xe^{x^2}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\dfrac{x}{x^2+1}$ в точке с абсциссой $x_0=-2$.

Вариант 22

1. Найти первые производные функций.

а) $y=2+\dfrac{5}{x^2}-\dfrac{3}{x^3}+\sqrt[4]{x^3}+0{,}7^{x^5}+x\sqrt{x}(3\ln x-2)$; б) $y=\ln tg\left(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{x}{2}\right)+tg\left(x^2+3\right)$;

в) $y=\dfrac{x^2}{1+x^3}$; г) $y=\cos x+\sin^3\dfrac{x}{3}+\dfrac{1+2\cos 3x}{1-\cos 2x}$; д) $y=x^2\arcsin(9x+2)+0{,}9^{\sqrt{x}}$.

2. Показать, что функция $y=\sqrt[4]{\sqrt{x}+\sqrt{x+1}}$ удовлетворяет уравнению $8xy'-y=\dfrac{-1}{y^3\sqrt{x+1}}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\left(x^2-3x+3\right)/3$ в точке с абсциссой $x_0=3$.

Вариант 23

1. Найти первые производные функций.

а) $y=3-\dfrac{3}{x^2}-\dfrac{4}{x}+\sqrt[3]{x^2}+3x^3+\ln^3 x$; б) $y=\left(x^2-x^3\right)e^{-x}$; в) $y=\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}$;

г) $y=tg\left(x^2+\cos x\right)+\sqrt[3]{x}arctgx+15^{\ln^2 x}$; д) $y=\dfrac{1}{2}\left(\sqrt{1-x^2}+\arcsin x\right)+\sqrt{\dfrac{x}{2}-\sin\dfrac{x}{2}}$.

2. Показать, что функция $y=\dfrac{2x}{x^3+1}+\dfrac{1}{x}$ удовлетворяет уравнению $x\left(x^3+1\right)y'+\left(2x^3-1\right)y=\dfrac{x^3-2}{x}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

Вариант 24

1. Найти первые производные функций.

а) $y=1+\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{3}{x^3}+\sqrt[3]{x^2}+e^{-x^2}$; б) $y=\sqrt{2x-\sin 2x}$; в) $y=\dfrac{x^2}{(x-3)^2}$;

г) $y=x^2\cos^2 x+3tg^6 x+7+\sin^4 x+5^{\cos x^2}$; д) $y=4xarctg\left(2x+9\right)+\ln\sqrt{\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}}$.

2. Показать, что функция $y=e^{x+x^2}+2e^x$ удовлетворяет уравнению $y'-y=2xe^{x+x^2}$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=-2\left(\sqrt[3]{x}+3\sqrt{x}\right)$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

Вариант 25

1. Найти первые производные функций.

а) $y=3x^5-\frac{1}{x^5}+\frac{1}{x^4}+2+5^{\sin 3x}$; б) $y=\sqrt{1+x^2}+(1+9x)e^{-x^2}$; в) $y=\frac{x+\sqrt{x}}{x-2\sqrt[3]{x}}$;

г) $y=tgx+\frac{2}{3}tg^3x+\frac{1}{5}tg^5x+\ln^2\sin x$; д) $y=\arccos\frac{9-x^2}{9+x^2}+x^3\left(x-5\cos x\right)^2$.

2. Показать, что функция $y=-x\cos x+3x$ удовлетворяет уравнению $xy'=y+x^2\sin x$.

3. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $y=\frac{3x^2+1}{x^2+3}$ в точке с абсциссой $x_0=1$.

Расчетно-графическая работа №3 «Интегрирование функции»

Работа состоит из 5 заданий для 25 вариантов.

Вариант 1

Вычислить:

1. $\int_0^4 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ 2. $\int \frac{\cos x}{4+\sin^2 x}dx$

3. $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt[3]{\ln^2(2x+1)}}$ 4. $\int_{-3}^{5} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+3}}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=x^2/2$ и $y=2x$.

Вариант 2

Вычислить:

1. $\int \frac{\sqrt[3]{\ln^2(1-x)}}{x-1}dx$ 2. $\int (x^2-3x+1)^{15}\cdot(2x-3)dx$

3. $\int_4^5 \frac{dx}{(x-4)^2}$ 4. $\int_e^9 \frac{dx}{x\ln^2 x}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями

$y = x^{3/2}$, $x = 0$, $y = 4$.

Вариант 3

Вычислить:

1. $\int \frac{5x^2-\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2}+2}{\sqrt[6]{x}}dx$ 2. $\int_0^{16} \frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt[4]{x}}dx$

3. $\int_1^2 \frac{xdx}{x-1}$ 4. $\int_0^2 e^{-5x}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$.

Вариант 4

Вычислить:

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 5\sin^3 x\cos^2 x dx$ 2. $\int \frac{\sqrt[5]{x^2}-2x^3+4}{x\sqrt[5]{x}}dx$

3. $\int_{-1}^{0} \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^3}}$ 4. $\int_0^4 \frac{dx}{9x^2+1}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 3 - x$.

Вариант 5

Вычислить:

1. $\int_0^1 \frac{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ 2. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$

4. $\int_5^1 \frac{xdx}{\sqrt[3]{x^2+2}}$ 3. $\int \frac{\sqrt{x}-3\sqrt{x^3}+2}{x^2}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ и $y = 2 - x^2$.

Вариант 6

Вычислить:

1. $\int_0^3 \frac{2}{3}\cdot\sqrt{9-x^2}\,dx$ 2. $\int_0^8 \frac{(5x+2)dx}{\sqrt[3]{x}}$

3. $\int \frac{3x^2+1}{x^3+x-10}dx$ 4. $\int (x^2-3x+1)^{15}\cdot(2x-3)dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x$, $y = 3\sqrt{x}$.

Вариант 7

Вычислить:

1. $\int_2^7 \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}+1}dx$ 2. $\int \frac{(2\sqrt{x}+1)^3}{x\sqrt{x}}dx$

3. $\int_0^{e^{-2}} \frac{dx}{x\ln^3 x}$ 4. $\int_0^1 \frac{dx}{4x^2+1}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной , ограниченной линиями

$y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

Вариант 8

Вычислить:

1. $\int\limits_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{4-3x^2}}$ 2. $\int\limits_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt{(x+1)^5}}$

3. $\int \frac{dx}{x\cdot(2+\ln x)}$ 4. $\int \frac{x^2}{7+3x^3}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2$ и $y+x+2=0$.

Вариант 9

Вычислить:

1. $\int\limits_1^2 \frac{dx}{2+\sqrt[4]{x-1}}$ 2. $\int\limits_1^e \frac{\ln xdx}{x^3}$

3. $\int\limits_{-2}^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ 4. $\int \frac{2x^3-3\sqrt{x^5}+3}{x\sqrt[4]{x}}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линями

$y = x + 1, \quad y = \cos x, \quad y = 0.$

Вариант 10

Вычислить:

1. $\int\limits_{\sqrt{2}}^2 x\sqrt{4-x^2}\,dx$ 2. $\int \frac{\sqrt[7]{x^6}-2x^2+3}{x}dx$

3. $\int\limits_0^3 \frac{dx}{(x-3)^3}$ 4. $\int\limits_1^2 x^2e^{-x^3}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линями $x + y - 7 = 0, \quad y = 6/x.$

Вариант 11

Вычислить:

1. $\int\limits_0^{64} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}-1}dx$ 2. $\int\limits_{-3}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-5}}$

3. $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx$ 4. $\int \frac{\cos^2 x + 3\cos x - 2}{\cos^2 x} dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линией $y = 6x - x^2$ и осью Ox.

Вариант 12

Вычислить:

1. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x}+1}$ 2. $\int \frac{3x^4 - \sqrt[3]{x^2} + 1}{x^2} dx$

3. $\int_4^5 \frac{dx}{(x-5)^2}$ ……4. $\int_e^4 \frac{dx}{x\sqrt[3]{\ln^2 x}}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линями $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$.

Вариант 13

Вычислить:

1. $\int_0^{64} \frac{\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt{x}} dx$ 2. $\int_1^2 \frac{xdx}{x-2}$

3. $\int_0^1 e^{10x} dx$ 4. $\int \frac{\sqrt[5]{x} - 2x^3 + 4}{x^2} dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной $y = x^{3/2}$, $x = 0$, $y = 2$.

Вариант 14

Вычислить:

1. $\int \frac{3xdx}{4x^2+1}$ 2. $\int_0^{\pi/2} (6\cos 2x - 1) dx$

3. $\int_{-1}^0 \frac{dx}{\sqrt[5]{(x+1)^3}}$ 4. $\int_1^8 x(3 + x - \sqrt[3]{x}) dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной $x + y - 4 = 0$, $y = 3/x$.

Вариант 15

Вычислить:

1. $\int_0^{64} \frac{\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ 2. $\int_0^{1/7} (7x+1)e^{7x}dx$

3. $\int_0^{2} \frac{\div dx}{\sqrt{4-x^2}}$ 4. $\int_6^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x+2}}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2/x$ и $y+x=3$.

Вариант 17

Вычислить:

1. $\int_{-1}^{62} \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt[3]{x+2}+1}dx$ 2. $\int_{-1/2}^{1/2} (4x+2)e^{2x}dx$

3. $\int_1^{e^2+1} \frac{dx}{(x-1)\ln^3(x-1)}$ 4. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной $y = sin2x$, $y=1$, $x=\pi/2$, $x\geq \pi/4$.

Вариант 18

Вычислить:

1. $\int_0^{2} \frac{x^2dx}{\sqrt{1+x^3}}$ 2. $\int_0^{\pi/6} (3\sin 3x+2)dx$

3. $\int_{-7}^{1} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^5}}$ 4. $\int_e^{7} \frac{dx}{x\ln^3 x}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2+8x-12$ и $y=18x-x^2$.

Вариант 16

Вычислить:

1. $\int_1^{5} \frac{\sqrt{3x+1}}{\sqrt{3x+1}+1}dx$ 2. $\int_1^{9} \frac{\ln x dx}{x}$

3. $\int_0^{8} \frac{2dx}{\sqrt[3]{x-8}}$ 4. $\int_{-1}^{0} (6e^{-3x}+2)dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=-x^2+4x-3$ и $y=1$.

Вариант 19

Вычислить:

1. $\int_1^2 \frac{dx}{2+\sqrt[5]{x-1}}$ 2. $\int_1^{e^2} \frac{\ln x dx}{x}$

3. $\int_{-1}^7 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-7}}$ 4. $\int \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x^3}+1}{\sqrt[3]{x}}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=e^x$, $y=0,5$, $x=0$, $x=2$.

Вариант 20

Вычислить:

1. $\int_1^3 x\sqrt{7+2x^2}\,dx$ 2. $\int_0^{\pi/2}(3x\cos 2x+2)dx$

3. $\int_1^3 \frac{dx}{(x-1)^6}$ 4. $\int_1^0 (x^3+e^{-5x})dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=(x-1)^3$, $y=1$, $x=0$.

Вариант 21

Вычислить:

1. $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ 2. $\int_{-3}^{-4}(2x-x^2+4/x))dx$

3. $\int_{-5}^{27} \frac{dx}{\sqrt[5]{x+5}}$ 4. $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}-2x^5+3}{x}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=x^3$, $x=-2$ и $x=1$.

Вариант 22

Вычислить:

1. $\int_1^{64} \frac{\sqrt[3]{x}}{1-\sqrt{x}}dx$ 2. $\int_1^{e^2} (x+3-10/x)dx$

3. $\int_0^{1/4} \frac{dx}{x\ln x}$ 4. $\int_0^{-1} (e^{-4x}-3x)dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=\sqrt{8x}$.

Вариант 23

Вычислить:

1. $\int_0^{\pi} (\sin 2x - cos3x)dx$ 2. $\int_1^{10} \frac{dx}{\sqrt{(10-x)^3}}$

3. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{dx}{x^2-16}$ 4. $\int \frac{3x^2-\sqrt[5]{x}+2}{x}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$, $y=6-x$.

Вариант 24

Вычислить:

1. $\int \frac{\sqrt[6]{x^5}-5x^2+3}{x}dx$ 2. $\int_0^{\pi/4} (2x-7+4\sin 2x)dx$

3. $\int_2^{29} \frac{dx}{(x-2)^{2/3}}$ 4. $\int_{e^2}^{16} \frac{dx}{x\sqrt{\ln^5 x}}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=cosx$, $y=x$, $x=0$.

Вариант 25

Вычислить:

1. $\int_1^{64} \frac{\sqrt{x^3}+\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}+1}dx$ 2. $\int_0^{1/3} (3x-2-e^{3x})dx$

3. $\int_0^{1} \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ 4. $\int_{10}^{29} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-2)^4}}$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=4x$ и $y=x^3$.

Вычислить:

1. $\int\limits_0^2 x^2\sqrt{16-x^3}\,dx$ 2. $\int\limits_{-\pi/3}^0 (3x+1-\cos 3x)dx$

3. $\int\limits_1^{3/2} \frac{dx}{(2x-3)^3}$ 4. $\int \frac{2x^3-\sqrt{x^5}+1}{\sqrt{x}}dx$

5. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$ и $y=0$.

Расчетно-графическая работа №4 «Дифференциальные уравнения»

Работа состоит из 5 заданий для 10 вариантов.

Вариант 1

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = 2x + 1.$

б) $y' + y = 5.$

в) $(1 + y)dx - (1 - x)dy = 0.$

г) $4xdx - 3ydy = 3x^2ydy - 2xy^2dx.$

2. Материальная точка массой m = 2r без начальной скорости медленно погружается в жидкость. Сила сопротивления жидкости пропорционально скорости погружения. Найти скорость точки через 1 сек. после начала погружения, если коэффициент пропорциональности k = 0,002 кг/с.

3. Кривая проходит через точку (2; -1) и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности k = 3. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y''' = \sin x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, $y''(0) = 0$.

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' + 4y = 0.$

б) $y'' - 10y' + 25y = 0.$

в) $y'' + 3y' + 2y = 0.$

Вариант 2

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = 3x + 2.$

б) $y' + 2y = 3$.

в) $(2 + y)dx - (3 - x)dy = 0$.

г) $x\sqrt{1 + y^2} + yy'\sqrt{1 + x^2} = 0$.

2. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью $v_0 = 12$ км/ч. На полном ходу ее мотор был выключен и через 10 с скорость лодки уменьшилась до $v_1 = 6$ км/ч. Сила сопротивления воды пропорциональна скорости движения лодки. Найти скорость лодки через 1 мин после остановки мотора.

3. Кривая проходит через точку (2; -1) и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности k = 3. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y''' = 6/x^3$, $y(1) = 0$, $y'(1) = 5$, $y''(1) = 1$.

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - y' - 2y = 0$.

б) $y'' + 9y = 0$.

в) $y'' + 4y' + 4y = 0$.

Вариант 3

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x + 5$.

б) $y' + 4y = 6$.

в) $(7 + y)dx - (5 - x)dy = 0$.

г) $\sqrt{3 + y^2}\, dx + ydy = x^2ydy$.

2. Пуля, двигаясь со скоростью $v_0 = 400$ м/с, углубляется в достаточно толстую стену. Сила сопротивления стены сообщает пуле отрицательное уско-

рение, пропорциональное квадрату ее скорости. Найти скорость пули через 0,001с после вхождения пули в стену, если коэффициент пропорциональности $k = 7м^{-1}$.

3. Кривая проходит через точку (1; 2) и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой ее точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в той же точке, с коэффициентом пропорциональности k = 3. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка

$$y'' = 4cos2x, \;\; y(0) = 1, \;\; y'(0) = 3.$$

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - 4y' = 0$.

б) $y'' - 4y' + 13y = 0$.

в) $y'' - 3y' + 2y = 0$.

Вариант 4

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x - 2$.

б) $y' + 2y = 7$.

в) $(3 - y)dx - (2 + x)dy = 0$.

г) $(e^{2x} + 5)dy + y\, e^{2x}dx = 0$.

2. Материальная точка массой m = 1г движется прямолинейно. На нее действует в направлении движения сила, пропорциональная времени, с коэффициентом пропорциональности $k_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ кг · м/с^3 и сила сопротивления среды, пропорциональная скорости, с коэффициентом пропорциональности $k_2 = 0{,}003$ кг/с. Найти скорость точки через 3с после начала движения, если начальная скорость точки была равна нулю.

3. Кривая проходит через точку (1; 5) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен утроенной абсциссе точки касания. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y''' = e^{2x}$, $y(0) = \frac{9}{8}$, $y'(0) = \frac{1}{4}$, $y''(0) = -1/2$.

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - 6y' - 8y = 0$.

б) $y'' + 4y' + 5y = 0$.

в) $y'' + 5y' = 0$.

Вариант 5

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x - 7$.

б) $y' + 3y = 7$.

в) $(4 - y)dx - (5 + x)dy = 0$.

г) $x\sqrt{5 + y^2}\, dx + y\sqrt{4 + x^2}dy = 0$.

2. В сосуде 100 л водного раствора соли. В сосуд втекает чистая вода со скоростью q = 5л/мин, а смесь вытекает с той же скоростью, причем концентрация раствора с помощью перемешивания поддерживается равномерной. В начальный момент в растворе содержалось m_0=10кг соли. Сколько соли будет содержаться в сосуде через 20 мин после начала процесса?

3. Кривая проходит через точку (2; 4) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' = x + \sin x$, $y(0) = -3$, $y'(0) = 0$.

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $4y'' - 8y' - 3y = 0$.

б) $y'' - 3y' = 0.$

в) $y'' - 2y' + 10y = 0.$

Вариант 6

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x + 2.$

б) $y' + 7y = 3.$

в) $(7 - y)dx - (2 + x)dy = 0.$

г) $y\sqrt{4 + e^x}\, dy - e^x dx = 0.$

2. Материальная точка массой $m = 3r$ без начальной скорости медленно погружается в жидкость. Сила сопротивления жидкости пропорционально скорости погружения. Найти скорость точки через 2 сек. после начала погружения, если коэффициент пропорциональности k = 0,003 кг/с.

3. Кривая проходит через точку (1; -2) и обладает тем свойством, что угловой коэффициент касательной в любой ее точке пропорционален квадрату ординаты точки касания с коэффициентом пропорциональности k = 2. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y''' = \sqrt{x} - sin2x,\ \ y(0) = -1/8,\ \ y'(0) = \frac{\cos 2}{8},\ \ y''(0) = 1/2.$

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - y' - 2y = 0.$

б) $y'' + 9y = 0.$

в) $y'' + 4y' + 4y = 0.$

Вариант 7

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x - 4.$

б) $y' + 2y = 8$.

в) $(3 - y)dx - (5 + x)dy = 0$.

г) $2xdx - 2xydy = x^2ydy - 2xy^2dx$.

2. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью $v_0 = 12$ км/ч. На полном ходу ее мотор был выключен и через 8 с скорость лодки уменьшилась до $v_1 = 6$ км/ч. Сила сопротивления воды пропорциональна скорости движения лодки. Найти скорость лодки через 1 мин после остановки мотора.

3. Кривая проходит через точку (2; 1) и обладает тем свойством, что произведение углового коэффициента касательной в любой ее точке на сумму координат точки касания равно удвоенной ординате этой точки. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y''' = 1 + cos2x$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1/8$, $y''(0) = 0$.

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $9y'' + 6y' + y = 0$.

б) $y'' - 4y' - 21y = 0$.

в) $y'' + 121y = 0$.

Вариант 8

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x + 6$.

б) $y' - 3y = 8$.

в) $(5 - y)dx - (3 + x)dy = 0$.

г) $y\,lny + xy' = 0$.

2. Пуля, двигаясь со скоростью $v_0 = 400$ м/с, углубляется в достаточно толстую стену. Сила сопротивления стены сообщает пуле отрицательное ускорение, пропорциональное квадрату ее скорости. Найти скорость пули через

0,003с после вхождения пули в стену, если коэффициент пропорциональности k = 5м$^{-1}$.

3. Кривая проходит через точку (2; 1) и обладает тем свойством, что отношение ординаты любой ее точки к абсциссе пропорционально угловому коэффициенту касательной к этой кривой, проведенной в той же точке, с коэффициентом пропорциональности k = 2. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y''' = e^{x/2} + 1,\ \ y(0) = 8,\ \ y'(0) = 5,\ \ y''(0) = 2.$

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - y = 0.$

б) $4y'' + 8y' - 5y = 0.$

в) $y'' - 6y' + 10y = 0.$

Вариант 9

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x + 8.$

б) $y' - y = 4.$

в) $(7 - y)dx - (2 + x)dy = 0.$

г) $(1 + e^x) \cdot y' = ye^x.$

2. Материальная точка массой m = 1 г движется прямолинейно. На нее действует в направлении движения сила, пропорциональная времени, с коэффициентом пропорциональности $k_1 = 2 \cdot 10^{-5}$ кг · м/с^3 и сила сопротивления среды, пропорциональная скорости, с коэффициентом пропорциональности $k_2 = 0{,}003$ кг/с. Найти скорость точки через 2с после начала движения, если начальная скорость точки была равна нулю.

3. Кривая проходит через точку (3; 4) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси ординат любой касательной, равен утроенной абсциссе точки касания. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' = 1 - cos6x,\ \ y(0) = -\frac{\pi^2}{16},\ \ y'(0) = 0.$

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $y'' - 3y - 18y = 0.$

б) $y'' - 6y' = 0.$

в) $y'' + 2y' + 5y = 0.$

Вариант 10

1. Решите дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:

а) $y' = x + 7.$

б) $y' - 7y = 1.$

в) $(2 - y)dx - (2 + x)dy = 0.$

г) $\sqrt{1 - x^2}y' + xy^2 + x = 0.$

2. В сосуде 50 л водного раствора соли. В сосуд втекает чистая вода со скоростью q = 5л/мин, а смесь вытекает с той же скоростью, причем концентрация раствора с помощью перемешивания поддерживается равномерной. В начальный момент в растворе содержалось m_0=5 кг соли. Сколько соли будет содержаться в сосуде через 10 мин после начала процесса?

3. Кривая проходит через точку (1; 2) и обладает тем свойством, что отрезок, отсекаемый на оси абсцисс касательной, проведенной в любой точке кривой, равен кубу абсциссы точки касания. Найти уравнение кривой.

4. Найдите частное решение дифференциального уравнения второго порядка $y'' = \cos x + e^{-x},\ \ y(0) = -e^{-\pi},\ \ y'(0) = 1.$

5. Решите линейные дифференциальные уравнения второго порядка:

а) $6y'' + 7y' - 3y = 0.$

б) $y'' + 16y = 0.$

в) $4y'' - 4y' + y = 0.$

Расчетно-графическая работа №5 «Вероятность события. Случайная величина»

Работа состоит из восьми (семи) задач для 25 вариантов.

Вариант 1

1. Вероятность того, что день будет дождливым равна 0,46. Какова вероятность того, что дождя не будет?

2. Из слова КАЛЬКУЛЯТОР выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Л?

3. Из карточек с буквами С,О,И,Т,К,А, наугад последовательно берут 5. Какова вероятность того, что получится слово «ТАКСИ»?

4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что все дамы будут в одной половине?

5. Какова вероятность того, что при подбрасывании игральной кости выпадет не более трёх очков?

6. В партии из 18 деталей находится 4 бракованных. Наугад выбирается 7 деталей. Найти вероятность того, что среди взятых деталей три окажутся стандартными.

7. В первой урне 4 красных и 6 чёрных шаров. Во второй 5 красных и 5 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что они оба красные?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 32 до 100 не содержит цифры 6?

Вариант 2

1. Вероятность всхожести семени 0,67. Какова вероятность того, что семя не взойдёт?

2. Из слова КОНСПЕКТ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква К?

3. Наугад в ряд раскладываются карточки с буквами А, Г, Н, К, И. Какова вероятность того, что составится слово «КНИГА»?

4. 10 шаров распределены по 4 ящикам. Какова вероятность того, что в первом – 1 шар, во втором – два, в третьем – 3 шара, а в четвертом - четыре?

5. Бросают игральную кость один раз. Какова вероятность того, что выпадет число, не меньше двух?

6 .В ящике 12 стандартных и 4 бракованных детали. Не глядя берут 6. Найти вероятность того, что из взятых деталей три окажутся бракованными.

7. В первой урне 7 белых и 5 чёрных шаров. Во второй 3 белых и 5 чёрных шаров. Не глядя из каждой урны берут по одному шару. Какова вероятность того, что они оба чёрного цвета?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 11 до 63 кратно 6?

Вариант 3

1. Вероятность безупречной работы двигателя равна 0,992. Какова вероятность его поломки?

2. Из слова СТУДЕНТ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Т?

3. На полку ставят 4-х томное издание. Какова вероятность того, что 1 том стоит первым, а четвертый- четвертым?

4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что три дамы будут в одной половине?

5 В сборочный цех завода поступают детали из 4-х цехов. Вероятность того, что деталь изготовлена первым цехом 0,12, вторым 0,3, третьим 0,4. Какова вероятность того, что деталь изготовлена в четвёртом цехе?

6. В первой урне 3 красных и 5 чёрных шаров. Во второй 5 красных и 2 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что из первой урны взят красный шар, а из второй – чёрный ?

7. Карточки с буквами А,Д,И,Е,В,О,Р,Ь сложены в коробку. Какова вероятность того, что вынимая пять карточек последовательно одну за другой получится слово «ДВЕРЬ»?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 88 не содержит цифры 7?

Вариант 4

1. Вероятность попадания в мишень при выстреле равна 0,872. Какова вероятность промаха?

2. Из слова СТАТИСТИКА выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Т?

3. На полку ставят 5-ти томное издание. Какова вероятность того, что первый том стоит первым, а четвертый- четвертым?

4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что три туза будут в одной половине?

5. В сборочный цех завода поступают детали из 3-х цехов. Вероятность того, что деталь изготовлена первым цехом 0,12, третьим 0,4. Какова вероятность того, что деталь изготовлена во втором цехе?

6. В первой урне 4 красных и 5 чёрных шаров. Во второй 6 красных и 2 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того, что из первой урны взят красный шар, а из второй – чёрный ?

7. Карточки с буквами Е,В,О,Р,Ь,Д сложены в коробку. Какова вероятность того, что вынимая четыре карточки последовательно одну за другой получится слово «ДВОР»?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 содержит цифру 2?

Вариант 5

1. Вероятность того, что в момент обращения в кассу, билет на данный поезд есть, равна 0, 87. Какова вероятность того, что билетов нет?

2. Из слова МАТЕМАТИКА выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква А?

3. На полку ставят 5-ти томное издание. Какова вероятность того, что поставят по порядку?

4. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что два туза будут в одной половине?

5. В сборочный цех завода поступают детали из 3-х цехов. Вероятность того, что деталь изготовлена первым цехом 0,34, третьим 0,4. Какова вероятность того, что деталь изготовлена во втором цехе?

6. В первой урне 4 красных и 5 чёрных шаров. Во второй 6 красных и 2 чёрных шаров. Из каждой урны не глядя берут по одному шару. Какова вероятность того оба красные?

7. Карточки с буквами Е, В, О, Р, Ь, А сложены в коробку. Какова вероятность того, что вынимая 4 карточки последовательно одну за другой получится слово «ВЕРА»?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 кратно 5?

Вариант 6

1. Вероятность того, что лето будет жарким 0,56. Найти вероятность того, что лето будет холодным.

2. Из слова ВЕРОЯТНОСТЬ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква О?

3. Какова вероятность, что из 8 рабочих одной бригады троих отправят на работу в подшефный детский садик?

4. В урне 4 белых и 7 черных шаров. Наугад взяты два. Какова вероятность того, что оба белые?

5. Игральная кость бросается 1 раз. Какова вероятность того, что: появится простое число очков? выпадет число очков не менее 5?

6. Каждая буква слова «ТОСКА» написана на отдельных карточках. Вынимая последовательно одну за другой, составляется слово из 3 букв. Какова вероятность того, что это слово «КОТ»?

7. В первом ящике 3 стандартных и 5 бракованных деталей. Во втором 5 бракованных и 2 стандартных деталей. Из каждого ящика наугад берут по одной . Какова вероятность того, что они обе стандартные?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 содержит цифру 4?

Вариант 7

1. Вероятность того, что в данном справочнике есть нужная формула, равна 0,63. Какова вероятность того, что в данном справочнике формула отсутствует?

2. Из слова РАЗМЕЩЕНИЕ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Е?

3. В одном ящике 6 белых и 4 красных шара. В другом- 7 белых и 3 красных шара. Из каждого ящика наугад берут по одному. Какова вероятность того, что оба белого цвета?

4. Из шести карточек «К», «Р», «С», «Л», «Е», «О» наугад выбирают одну за другой и располагают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «КРЕСЛО»?

5. Из 100 деталей 5 бракованных. Наугад берут одну. Какова вероятность того, что она стандартная?

6. Игральная кость бросается 1 раз. Какова вероятность того, что: 1) появится нечетное число очков; 2) выпадет число очков не более 5?

7. Колода в 36 карт делится пополам. Какова вероятность того, что короли будут в одной половине?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 10 до 100 не содержит цифры 3 ?

Вариант 8

1. Вероятность клёва рыбы в данном месте равна 0,341. Какова вероятность того, что рыба не клюнула?

2. Из слова ПЕРЕСТАНОВКА выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Е?

3. Из двух ящиков берут наугад по одному шару. Какова вероятность того, что из первого взят белый, а из второго – чёрный, если в первом 6 белых и 4 черных, а во втором 7 белых и 3 черных?

4. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 не содержит цифры 6?

5. При открытии кодового замка забыты 3 последние цифры из четырех. Какова вероятность того, что первая наугад набранная комбинация будет правильной при условии, что все цифры разные.

6. Из карточек «Н», «Р», «С», «Л», «Ё», «О» наугад выбирают последовательно четыре и располагают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «ОСЁЛ»?

7. Какова вероятность, что вытащенная из колоды карта бубновая? С числом очков больше 4?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 простое?

Вариант 9

1. Вероятность того, что данный телевизор выдержит гарантию, равна 0, 768. Какова вероятность, что он не выдержит гарантийный срок?

2. Из слова СОЧЕТАНИЕ выбирается одна буква. Какова вероятность, что это буква Е?

3. Из двух ящиков берут наугад по одному шару. Какова вероятность того, что из первого взят белый, а из второго – чёрный, если в первом 4 белых и 5 черных, а во втором 6 белых и 3 черных?

4. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 1 до 100 не содержит цифры 0?

5. При открытии кодового замка забыты 2 последние цифры из четырех. Какова вероятность того, что первая наугад набранная комбинация будет правильной при условии, что все цифры разные.

6. Из карточек «Н», «Р», «С», «Л», «Е», «О» наугад выбирают последовательно четыре и располагают в ряд. Какова вероятность того, что получится слово «СЕЛО»?

7. Какова вероятность, что вытащенная из колоды карта крести? С числом очков не больше 4?

8. Какова вероятность того, что выбранное наугад число от 10 до 100 кратно 8?

Вариант 10

1. Из колоды в 36 карт вынимаются наугад 2 карты. Найти вероятность того, что вынуты карты: туз и одно десятка.

2. Найти вероятность того, что наудачу выбранное целое число положительно, число делится на 2 или на 3.

3. В партии из 10 изделий 4 бракованных. Определить вероятность того, что среди выбранных наудачу для проверки 6 изделий ровно два окажутся бракованными.

4. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий соответственно равны: p=0,8; p=0,7; p=0,9. Найти вероятность хотя бы одного попадания в цель при одном залпе всех орудий.

5. В урне 30 шаров, из них 5 черных и остальные белые. Вынимаются один за другим 3 шара подряд. Какова вероятность того, что будет вынуто два белых и один черный шар?

6. Какова вероятность того, вынутые из колоды в 36 листов 3 карты подряд появятся в последовательности: пиковый туз, пиковый король, пиковая дама?

7. В урне находятся 12 белых и 8 черных шаров. Найти вероятность того, что среди наугад взятых 5 шаров 3 будут черными?

Вариант 11

1. На каждой из 10 одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: Т, С, Н, М, И, К, О, Л, У, П. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на семи вынутых по одной и расположенных «в одну линию» карточках можно прочесть слово «СПУТНИК».

2. В ящике имеется 5 деталей, изготовленных заводом № 1 и 10 деталей, изготовленных заводом №2. Сборщик последовательно вынимает из ящика детали одну за одной. Найти вероятность того, что второй будет извлечена деталь, изготовленная заводом №1.

3. Круговая мишень состоит из трех зон. Вероятность попадания в первую зону – 0,12, во вторую – 0,23, в третью – 0,3. Найти вероятность промаха.

4. Для некоторой местности среднее число дождливых дней в августе равно 15. Чему равна вероятность того, что в первые два дня августа не будет ни одного дождливого дня?

5. Четыре стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первого стрелка равна 0,45, для второго – 0,5, для третьего – 0,6, для четвертого – 0,7. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела всех четырех стрелков по мишени будет хотя бы одна пробоина.

6. Какова вероятность того, что вынутые последовательно 3 шара из ящика с десятью пронумерованными от 0 до 9 шарами покажут число 789?

7. В коробке 5 синих и 4 красных карандаша. Наудачу вынимают 3 карандаша. Какова вероятность, что среди них окажется два синих?

Вариант 12

1. Абонент забыл 3 последние цифры номера телефона и потому набирает наугад. Какова вероятность того, что он верно наберет нужный ему номер (забытые цифры различны)?

2. В ОТК фабрики модельной обуви просматривается 200 пар, из них 60% пар фасона «А» и 40% пар фасона «В». Найти вероятность того, что первые две просмотренные пары – разных фасонов. Выборка бесповторная.

3. Изготовление детали состоит из двух технологических операций. При первой операции получается 2% брака, при второй – 6% брака. Операции независимы. Найти вероятность того, что после этих двух операций деталь будет годной.

4. Из десяти билетов лотереи выигрышными являются 2. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов хотя бы один выигрышный.

5. Стрельба производится по мишеням типа А, В, С, число которых соответственно относится, как 5:3:2. Вероятность попадания в мишень типа А равна 0,4, типа В – 0,1, типа С - 0,15. Найти вероятность поражения мишени при одном выстреле, если неизвестно в мишень какого типа он будет сделан.

6. Какова вероятность, что вынутые из колоды четыре карты подряд окажутся шестерками, если в колоде 36 карт?

7. В экзаменационные билеты входят 50 вопросов. Студент знает 40 из них. Какова вероятность, что из трех попавшихся в билете вопросов он знает два?

Вариант 13

1. В лотерее 1000 билетов, из них половина выигрышные. Куплено два билета. Какова вероятность того, что оба билета выигрышные?

2. В студии телевидения 3 камеры. Для каждой камеры вероятность того, что она включена в данный момент равна 0,7. Найти вероятность того, что в данный момент включена хотя бы одна камера.

3. Возле остановки «Космос» останавливаются автобусы маршрутов №№ 16,15,11,21,9. Для рабочего попутными являются маршруты №№ 15,21. Найти вероятность того, что к остановке первым подойдет автобус маршрута попутного для рабочего, если известно, что на линиях по маршрутам №№ 16,15,11,21,9 курсируют в этот день соответственно 15, 10, 8, 5, 12 автобусов.

4. Вероятность того, что стрелок при стрельбе по мишени выбьет:

10 очков равна 0,15; 9 очков – 0,2; 8 очков – 0,3; 7очков и менее – 0,35. Найти вероятность того, что стрелок выбьет более 7 очков, при одном выстреле.

5. На десяти одинаковых карточках написаны буквы, составляющие слово «математика». Карточки тщательно перемешивают и вынимают 4, раскладывая их в ряд одну за другой. Найти вероятность того, что появится слово «мама»?

6. Из «кассы» букв, содержащей 33 буквы, наудачу вынимают 4 буквы подряд. Какова вероятность того, что появится слово «чудо», если буквы располагаются в порядке их появления?

7. Из колоды карт в 36 листов наудачу извлекают 5 карт. Какова вероятность того, что будут вытащены 2 туза и 3 шестерки?

Вариант 14

1. В ящике 6 белых и 8 черных шаров. Из ящика вынули 2 шара (выборка бесповторная). Найти вероятность того, что оба шара белые.

2. В мешочке имеется 7 одинаковых кубиков. На всех гранях каждого кубика одна из следующих букв: о, п, р, с, т, о, м. Найти вероятность того, что на вынутых по одному и расположенных «в одну линию» кубиках можно будет прочесть слово «спорт», «опрос».

3. Вероятность попадания в цель при стрельбе из первого орудия равна 0,8, при стрельбе из второго орудия – 0,7. Найти вероятность поражения цели при одновременном выстреле обоих орудий. Замечание: поражение – хотя бы одно попадание из какого-либо орудия.

4. На предприятии при массовом изготовлении некоторого изделия брак составляет в среднем 1,5% общего числа всех изделий. 96% числа годных изделий составляют изделия первосортные. Найти вероятность того, что наугад взятое изделие окажется первосортным.

5. Три стрелка независимо друг от друга производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель равны соответственно: 0,6; 0,7; 0,9. Определить вероятность двух промахов.

6. Из колоды карт в 36 листов наудачу извлекают пять карт подряд. Какова вероятность, что появятся последовательно шестерка пик, семерка пик, восьмерка пик, девятка пик и десятка пик?

7. В вазе находятся 8 белых, 5 красных и 4 розовые гвоздики. Какова вероятность, что из наудачу извлеченных пяти цветов окажется три белые и две красные гвоздики?

Вариант 15

1. В ящике содержится 90 годных и 10 дефектных деталей. Контролер наудачу взял три детали. Найти вероятность того, что среди этих трех деталей нет дефектных.

2. В лотерее 1000 билетов. Из них на один билет попадает выигрыш 50 руб., на 10 билетов – выигрыш по 10 руб., на 50 билетов – выигрыш по 2 рубля, остальные билеты невыигрышные. Куплен один билет. Найти вероятность выиграть не менее 2-х рублей.

3. В ОТК фабрики модельной обуви просматривается 300 пар, из них 60 пар фасона «А», остальные фасона «В». Найти вероятность того, что первые две просмотренные пары одинакового фасона. Выборка бесповторная.

4. Из десяти билетов лотереи выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов два выигрышных.

5. На каждой из шести одинаковых карточек напечатана одна из следующих букв: а, м, и, м, р, р. Карточки тщательно перемешаны. Найти вероятность того, что на трёх вынутых по одной и расположенных 8 одну линию карточках можно будет прочесть слово "мир".

6. Какова вероятность того, вынутые из колоды в 36 листов 4 карты подряд появятся в последовательности: бубновый туз, бубновый король, бубновая дама и бубновый валет?

7. В урне находятся 12 белых и 8 черных шаров. Найти вероятность того, что среди наугад взятых 5 шаров 3 будут черными?

Вариант 16

1. Из десяти билетов лотереи выигрышными являются два. Определить вероятность того, что среди наудачу взятых пяти билетов один выигрышный.

2. Какова вероятность того, что последняя цифра случайно набранного телефонного номера равна пяти или кратна трем?

3. Из колоды в 36 карт наугад вынимают *3* карты. Найти вероятность того, что среди них окажется хотя бы один туз.

4. Определить вероятность того, что выбранное наудачу изделие является первосортным, если известно, что 4% всей продукции является браком, а 75% доброкачественных изделий является 1 сорта.

5. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попаданий в цель для первого стрелка равна 0,4, для вторбго - 0,5 и для третьего - 0,7. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела трех стрелков по мишени в ней будет ровно одна пробоина.

6. Какова вероятность того, что вынутые последовательно 4 шара из ящика с десятью пронумерованными от 0 до 9 шарами покажут число 5791?

7. В коробке 8 синих, 3 красных и 4 зеленых карандаша. Наудачу вынимают 4 карандаша. Какова вероятность, что среди них окажется два красных?

Вариант 17

1. Найти вероятность того, что среди четырех выбранных наугад цифр все одинаковые.

2. Пусть вероятность того, что стрелок при стрельбе по мишени выбьет 10 очков равна 0,15; 9 очков - 0,2; 8 очков - 0,3; 7 очков или менее равна 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет более 8 очков.

3. Из колоды в 36 карт вынимают наудачу 2 карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется хотя бы один валет.

4. В ящике находится 30 деталей, из них 25 первого сорта, остальные второго сорта. Вынимаются последовательно наудачу три детали. Какова вероятность того, что две первые детали окажутся первого сорта, а третья - второго сорта?

5. Четыре стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,45; для второго - 0,5; для третьего – 0,5; четвертого - 0,7. Найти вероятность того, что в результате однократного выстрела всех четырех стрелков по мишени хотя бы одно пробоина.

6. Какова вероятность, что вынутые из колоды 9 карт подряд окажутся картами одной масти, если в колоде 36 карт?

7. В экзаменационные билеты входят 40 вопросов. Студент не знает 10 из них. Какова вероятность, что из трех попавшихся в билете вопросов он не знает один?

Вариант 18

1. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают *2* карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется 1 туз и 1 валет.

2. Бросаются одновременно две монеты. Какова вероятность появления герба на обеих монетах?

3. В лотерее всего 100 билетов, среди них один выигрыш в 30 рублей, три – по 15 руб., пять выигрышей по 10 руб., десять – по 5 руб., и 25 – по 1 руб. Найти вероятность выигрыша 5 руб., имея два билета.

4. Рабочий обслуживает 4 станка. Вероятность того, что в течении часа первый станок остановится равна 0,3, второй – 0,4, третий – 0,7, четвертый – 0,4. Найти вероятность того, что в течении часа хотя бы один станок будет работать без остановок.

5. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет в мишень равна 0,9. Стрелок произвел 3 выстрела. Найти вероятность того, что все три выстрела дали попадание.

6. Из «кассы» букв наудачу вынимают 6 букв подряд. Какова вероятность того, что появится слово «теория», если буквы располагаются в порядке их появления, а в «кассе» имеется 33 буквы алфавита?

7. Из колоды карт в 52 листа наудачу извлекают 6 карт. Какова вероятность того, что будут извлечены 3 дамы и 3 короля?

Вариант 19

1. Участники жеребьевки тянут из ящика жетоны с номерами от 1 до 50. Найти вероятность того, что номер первого, наудачу извлеченного жетона, не содержит цифры 4.

2. Из колоды в 36 карт наудачу вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что среди этих карт окажется хотя бы два туза.

3. Вероятность выполнить месячный план торговой точкой равна 0,95. Вероятность перевыполнения плана точкой, из числа выполнивших план, равна 0,8. 4. Какова вероятность перевыполнения плана любой торговой точкой из их общего числа?

4. В урне 30 шаров, из них 5 черных, а остальные белые. Вынимают один за одним три шара подряд. Какова вероятность того, что будет вынуто 2 белых и один черный шар (выборка бесповторная).

5. Производится по одному выстрелу из трех орудий. Вероятность попадания в цель для первого орудия – ¼, для второго – 3/5, для третьего – 1/3. Найти вероятность попадания в цель ровно двумя орудиями.

6. Из колоды карт в 52 листа наудачу извлекают четыре карты подряд. Какова вероятность, что появятся последовательно туз пик, туз червей, туз бубновый и туз крестей?

7. В вазе находятся 4 яблока, 5 груш и 3 апельсина. Какова вероятность, что из наудачу извлеченных четырех фруктов окажется три яблока и один апельсин?

Вариант 20

1. В урне 10 шаров: 6 белых и 4 черных. Вынули два шара подряд. Какова вероятность, что оба шара белые?

2. В партии из 300 деталей имеется 15 бракованных. Найти вероятность того, что из трех, наудачу взятых одна за другой деталей, две бракованные и одна годная.

3. На складе имеется 15 кинескопов, причем 10 из них изготовлены Львовским заводом. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых пяти кинескопов – 3 кинескопа Львовского завода.

4. Имеется колода карт (36 штук). Вынимают две карты подряд. Какова вероятность того, что обе карты будут одинаковой масти?

5. Три стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель первым стрелком 0,75, вторым – 0,8, третьим – 0,9. Определить вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок.

6. Какова вероятность того, вынутые из колоды в 52 листа 2 карты подряд появятся в последовательности: десятка пик, валет пик?

7. В ящике находятся 10 деталей, изготовленных заводом №1 и 7 деталей, изготовленных заводом №2. Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 6 деталей 4 из них окажутся изготовленными заводом №1?

Вариант 21

1. Ребенок играет пятью буквами разрезной азбуки О, Л, К, Д, А. Какова вероятность того, что он при случайном расположении букв в ряд получит слово «лодка»?

2. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сначала выбирается одна, а затем из оставшихся четырех – вторая цифра. Найти вероятность того, что будет выбрана нечетная цифра: а) в первый раз; б) во второй раз.

3. На восьми одинаковых карточках написаны соответственно числа 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13. Наугад берутся две карточки. Определеить вероятность того, что образованная из двух полученных чисел дробь сократима.

4. В партии из 300 деталей имеется 15 бракованных. Найти вероятность того, что из трех взятых наудачу деталей одна бракованная и две годные.

5. Числитель и знаменатель рациональной дроби написаны наудачу. Какова вероятность того, что эта дробь не сократима на 5?

6. Какова вероятность того, что извлеченные подряд 3 детали из ящика с семью пронумерованными от 1 до 7 деталями появятся в последовательности №3, №5, №7?

7. В ящике 5 зеленых, 3 красных и 4 желтых новогодних елочных шаров. Наудачу вынимают 3 шара. Какова вероятность, что среди них окажется два зеленых?

Вариант 22

1. На шести картах написаны буквы: м, е, р, и, т, а. Наудачу вынимают одну карточку за другой и кладут в том порядке, в каком она была вынута. Какова вероятность того, что получится слово «мир»?

2. В колоде 36 карт. После извлечения и возвращения одной карты колода перемешивается и снова извлекается одна карта (выборка возвратная). Найти вероятность того, что обе извлеченные карты одной масти.

3. Круговая мишень состоит из трех зон. Вероятность попадания в первую зону – 0,2, во вторую – 0,34, в третью – 0,12. Найти вероятность промаха.

4. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 сначала выбирается одна, а затем из оставшихся четырех – вторая. Найти вероятность того, что будет выбрана одна четная и одна нечетная цифра.

5. Производится по одному выстрелу из трех орудий. Вероятности попадания в цель для первого орудия – 1/4, для второго – 3/5, для третьего – 1/3. Найти вероятность попадания одним орудием.

6. Какова вероятность, что вынутые из колоды 4 карты подряд окажутся тузами, если в колоде 52 листа?

7. В банке тестовых вопросов находится 40 вопросов. Студент не знает 10 из них. Какова вероятность, что из десяти попавшихся в его тесте вопросов он не знает три?

Вариант 23

1. Библиотечка состоит из 10 различных книг, причем 5 книг стоят по 40 рублей каждая, 3 книги – по 10 рублей и две книги по 20 рублей. Найти вероятность того, что взятые наугад 2 книги стоят 50 рублей.

2. В группе 12 студентов, среди которых 8 отличников. По списку наудачу отобраны 9 студентов. Найти вероятность того, что среди отобранных студентов окажутся 5 отличников.

3. Дается залп из трех орудий по мишени. Вероятность попадания из первого орудия равна 0,85, из второго – 0,91. найти вероятность поражения цели.

4. В первом ящике два белых и 10 черных шаров. Во втором ящике 8 белых и 4 черных шара. Из каждого ящика вынули по шару. Определить вероятность того, что один из вынутых шаров белый, а другой черный.

5. Монета бросается до тех пор, пока два раза подряд она не выпадет одной и той же стороной. Найти вероятность того, что опыт окончится до шестого бросания.

6. Из мешочка с карточками, на каждой из которых написана одна из букв «В П У О Л Д Г А», наудачу извлекают 3 карточки подряд. Какова вероятность того, что появится слово «ГОЛ», если карточки располагаются в порядке их появления?

7. Из колоды карт в 36 листов наудачу извлекают 5 карт. Какова вероятность того, что будут извлечены 2 короля и 3 дамы?

Вариант 24

1. На шести карточках написаны буквы, обозначающие слово «космос». После перемешивания извлекают последовательно 3 карточки и прикладываются справа одна к другой. Какова вероятность того, что будет составлено слово «сом»?

2. В партии из 300 деталей имеется 15 бракованных. Найти вероятность того, что из четырех взятых наудачу деталей – 2 годные и 2 бракованные.

3. Вероятность выполнить месячный план по заготовке молока у одного совхоза равна 0,95, а у другого совхоза – 0,97. Какова вероятность того, что месячный план будет выполнен обоими совхозами?

4. Бросаются две игральные кости. Вычислить вероятность вскрытия с грани с тремя очками, по крайней мере, на одной из них.

5. Бросаются одновременно три монеты. Найти вероятность выпадения двух гербов.

6. Из колоды карт в 36 листов наудачу извлекают четыре карты подряд. Какова вероятность, что появятся четыре туза?

7. В вазе находятся 10 шоколадных конфет, 7 карамелек и 5 батончиков. Какова вероятность, что из наудачу извлеченных трех конфет окажутся две шоколадные конфеты и одна карамелька?

Вариант 25

1. Имеется 12 билетов в театр, из которых 4 билета на места первого ряда. Какова вероятность того, что из трех наудачу выбранных билетов два окажутся на места первого ряда?

2. Два стрелка стреляют по одному выстрелу в мишень. Вероятность попадания первого стрелка 0,7, а второго-0,8. Найти вероятность того, что мишень будет поражена.

3. Код домофона состоит из 8 цифр. Какова вероятность того, что случайно набирая цифры, можно угадать нужный код?

4. На карточках написаны целые числа от 2 до 25 включительно. Наудачу извлекаются две карточки. Какова вероятность того, что сумма чисел, написанных на этих карточках, равна пятнадцати.

5. В коробке 5 синих, 4 красных и 3 зеленых карандаша. Наудачу вынимаются три карандаша. Какова вероятность того, что все они одного цвета.

6. Монета подбрасывается три раза. Какова вероятность того, что «герб» появится хотя бы один раз?

7. Одновременно бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков не превосходит 8.

8. Из полного набора домино наудачу 5 раз извлекают по одной кости, причем после каждого извлечения кость возвращается в игру. Какова вероятность того, что при этом «дубль» появится 5 раз.

Расчетно-графическая работа №6 «Вариационный ряд, его характеристики»

Работа состоит из 5 заданий для 25 вариантов.

Содержание работы: на основе совокупности данных опыта выполнить следующее:

1 Построить ряды распределения (интервальный и дискретный вариационные ряды). Изобразить их графики.

2 Построить график накопительных частот — кумуляту.

3 Вычислить моду, медиану, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение.

4 Раскрыть смысловую сторону каждой характеристики.

5 Проверить полученные числовые характеристики в программе Microsoft Office Excel).

Вариант 1

52	33	10	22	28	34	39	29	21	27	31	12	28
40	46	51	44	32	16	11	29	31	38	44	31	24
9	17	32	41	47	31	42	15	21	29	50	55	37
19	57	32	7	28	23	20	45	18	29	25		

Вариант 2

14	13	18	15	12	13	14	12	13	16	16	15	12
13	13	14	16	18	13	15	14	15	14	13	15	12
13	12	14	16	12	13	15	15	15	13	14	15	18
15	12	15	13	13	15	15	15	17	17			

Вариант 3

30	19	21	28	27	29	31	24	25	28	28	32	34
26	24	19	23	27	30	29	25	18	18	24	28	31
33	18	21	26	30	32	34	29	26	23	25	27	32
23	20	21	26	22	20	27						

Вариант 4

0,3	0,4	0,8	1,2	1,4	1,9	0,7	1,3	1,0	0,5	0,9	1,2	1,0
1,3	0,6	1,0	1,0	1,1	0,5	1,2	1,0	1,4	1,6	0,5	1,1	1,1
1,8	0,3	0,6	1,1	0,8	1,2	0,9	1,4	1,3	1,6	2,7	1,5	0,8
0,7	0,9	1,5	1,3	1,1	1,2	1,8	1,1	1,0	1,2	0,9	1,5	1,3
1,1	1,2	1,3										

Вариант 5

261	260	258	263	257	260	259	264	261	260	264	261	265
261	260	263	260	260	259	260	258	265	259	265	261	258
259	259	258	262	264	258	259	263	266	259	261	266	262
259	262	261	266	262	259	262	261	259	262	262	261	266
259	262											

Вариант 6

78	90	76	81	77	83	85	75	81	73	75	83	73
84	85	83	88	76	79	85	81	89	83	76	77	84
83	88	87	77	82	85	74	79	82	87	71	78	85
84	81	83	88	82	83	88	80	79	82	86	74	75
78	76	84	81	76	74	81	93	84	92	75	82	77

Вариант 7

550	550	551	550	551	562	550	562	561	530	542	535	542
539	537	543	540	556	546	556	556	534	548	533	558	560
558	548	540	541	551	549	551	550	552	568	538	551	547
552	559	557	546	552	550	557	547	552	554	547	554	567
558	563	562	569	552	554	549	545	560	539	549	539	

Вариант 8

0,90	0,79	0,84	0,86	0,88	0,90	0,89	0,85	0,91	0,98	0,91	0,80	0,87
0,89	0,88	0,78	0,81	0,85	0,88	0,94	0,86	0,80	0,86	0,91	0,78	0,86
0,91	0,95	0,97	0,88	0,79	0,82	0,84	0,90	0,81	0,87	0,91	0,90	0,82
0,85	0,90	0,82	0,85	0,90	0,96	0,98	0,89	0,87	0,99	0,85		

Вариант 9

14,5	14,6	15,1	15,5	16,3	16,8	17,9	16,3	14,5	14,9	13,6	15,4	16,9

15,4	14,3	15,5	11,3	15,5	17,1	16,8	12,2	15,2	15,7	11,6	16,9	15,7
17,7	16,6	16,2	15,5	12,8	14,2	15,5	16,1	14,3	16,5	14,5	17,9	17,8
16,9	11,7	13,2	14,9	19,8	16,6	17,9	14,9	15,2	17,3	16,9		

Вариант 10

73	77	78	88	76	78	86	77	75	90	88	84	79
87	83	79	73	84	86	85	74	77	74	88	81	87
85	76	79	71	88	83	76	76	82	73	89	79	90
76	75	91	83	82	84	85	78	85	85	79	92	86
84	77	92	93	91	85	84	87	81	83	80	82	76
81	90	78	81	95	77	91	84	96	84	79	79	83
88	84	83	93	73	79	92	89	75	83	87	89	71
75	83	87	92	80	88	91	95	82				

Вариант 11

39	19	21	28	26	27	29	28	28	27	23	26	32
34	26	24	22	19	23	27	30	29	25	18	18,5	20
22	24	28	31	33	25	18	21	26	30	32	34	29
26	21	20	23	25	27	30	32	29	27	23		

Вариант 12

24,5	26,8	23,6	25,5	22,2	26,9	25,3	24,1	28,5	25,3	24,1	28,5	25,3
24,6	27,9	25,4	21,3	25,2	27,7	23,6	25,2	26,8	25,9	25,1	26,3	25,4
21,3	25,2	25,5	25,7	26,6	28,2	25,4	23,2	26,6	25,7	24,3	26,8	25,8
27,1	26,2	25,9	21,6	25,3	25,1	24,8	26,3	24,9	24,3	26,8		

Вариант 13

4,7	7,2	6,2	6,7	7,2	5,7	7,7	8,2	6,2	5,2	7,2	5,7	6,2
5,7	8,2	5,7	6,7	6,2	5,7	6,2	6,7	5,2	7,7	6,2	7,2	7,7
6,7	7,2	8,2	6,2	5,7	6,2	7,7	6,7	7,2	5,7	6,7	8,2	7,7
8,2	4,7	8,7	4,2	8,7	6,2	6,7	6,2	7,2	4,9	5,5		

Вариант 14

82	83	73	76	79	89	95	92	93	84	88	76	88
81	78	86	84	84	86	85	87	84	74	83	87	73
76	73	78	76	76	74	88	82	73	85	79	77	79
97	84	80	75	81	73	78	83	75	90	83	77	84

85	90	92	91	85	71	85	87	82	94	92	76	93
90	73	92	84	93	88	84	81	93	81	91	78	85
84	95	79	79	83	96	89	82	79	77	83	88	81
88	82	77	92	76	84	83	87	89				

Вариант 15

21	29	27	29	27	29	31	29	31	29	29	23	39
31	29	31	29	31	29	31	33	31	31	31	27	23
27	33	29	25	29	19	29	31	23	31	29	27	33
29	31	29	31	23	35	27	29	29	27	29	29	21
29	27	29	29	29	33	29	25	25	27	31	29	29
27	33	29	31	29	29	29	35	27	29	35	29	33
29	27	31	31	27	29	35	27	33	29	27	29	25
27	31	37	25	31	27	27	29	25				

Вариант 16

28	30	28	27	28	29	29	29	31	28	26	25	33
35	27	31	31	30	28	33	23	30	31	33	31	27
30	28	30	29	30	26	25	31	33	26	27	33	29
30	30	36	26	25	28	30	29	27	32	29	31	30
31	26	25	29	31	33	27	32	30	31	34	28	26
38	29	31	29	27	31	30	28	34	30	26	30	32
30	29	30	28	32	30	29	34	32	35	29	27	28
30	30	29	32	29	34	30	32	24				

Вариант 17

4,25	4,38	4,48	4,53	4,54	4,41	4,52	4,39	4,16	4,27	4,59	4,48	4,56
4,13	4,51	4,31	4,27	4,87	4,32	4,49	4,74	4,17	4,66	4,92	4,48	4,68
4,45	4,12	4,69	4,28	4,74	4,55	4,28	4,54	4,51	4,77	4,71	4,78	4,13
4,51	4,42	4,36	4,45	4,32	4,17	4,79	4,13	4,52	4,73	4,95		

Вариант 18

3,59	3,47	3,50	3,66	3,59	3,53	3,49	3,52	3,31	3,68	3,86	3,57	3,69
3,77	3,13	3,59	3,52	3,43	3,46	3,61	3,33	3,66	3,52	3,96	3,92	3,49
3,60	3,65	3,47	3,75	3,74	3,52	3,49	3,78	3,65	3,48	3,49	3,32	3,27
3,63	3,43	3,78	3,45	3,64	3,43	3,62	3,55	3,42	3,73	3,48		

Вариант 19

48	29	6	18	24	30	35	25	17	24	36	42	47
40	28	12	7	25	23	33	28	19	14	8	40	27
20	27	15	6	16	25	34	17	25	46	6	51	13
28	37	43	27	38	53	24	41	21	11	26		

Вариант 20

95	57	15	26	35	46	52	55	59	47	42	48	58
55	102	96	45	54	56	60	10	16	20	49	48	43
12	19	51	103	62	61	38	29	10	39	40	18	14
41	58	63	59	60	63	68	70	71	75	82	87	92
99	65	68	78	91	94	77	65	79	67	74	80	89
69	81	83	100	90	36	64	97	50	76	72	31	55
28	57	85	69	13	53	11	61	90	76	17	37	

Вариант 21

19,2	18,1	18,4	18,2	18,6	18,9	19,0	18,4	18,5	19,3	18,3	18,7	18,8
19,1	18,9	19,3	18,4	19,2	18,2	18,7	19,5	18,7	19,1	18,7	19,1	19,6
18,6	18,8	19,3	18,8	19,0	19,5	18,9	19,0	19,8	19,7	19,4	19,3	19,1
19,8	18,9	19,7	18,5	19,0	19,9	19,2	19,1	18,6	19,5	19,6		

Вариант 22

21	30	26	29	27	28	31	28	29	24	38	32	32
30	31	29	30	28	28	24	27	33	29	26	29	26
34	28	31	29	30	23	36	27	28	29	36	30	28
33	30	25	26	27	31	29	30	28	29	27	28	36
29	34	28	28	31	32	34	29	29	28	27	33	36
31	20	30	29	26	29	29	29	32	34	30	31	21
28	29	34	24	28	29	28	31	32	27	28	29	

Вариант 23

16	13	11	15	18	19	21	18	17	15	13	16	18
17	19	15	13	12	14	16	17	20	17	17	20	19
18	22	24	1	15	14	10	12	16	18	18	19	21
23	20	22	24	17	16	14	15	18	15	11	16	17
15	13	16	17	18	14	15	19	17	18	16	13	15
17	21	23	26	19	22	24	25	20	21	24	19	22

23	20	25	21	20	22	26	19	22	25	28	23	20
21	27	19	15	22	23	18	22	22				

Вариант 24

36,8	32,0	39,4	36,3	35,4	37,3	34,7	39,0	28,3	41,3	36,1	37,3	32,2
38,5	34,2	37,2	30,6	37,3	35,2	36,9	34,3	35,2	30,8	36,0	39,3	32,7
34,6	36,8	39,1	29,5	30,4	35,2	36,5	38,2	40,2	36,8	39,3	32,7	37,1
29,3	28,4	40,2	34,8	37,2	32,6	41,0	40,4	28,3	34,8	39,2		

Вариант 25

11	15	20	25	29	34	19	25	16	21	29	20	21
22	23	26	28	30	18	13	17	22	29	26	39	14
16	24	27	25	31	32	23	37	23	27	37	36	42
32	34	39	38	44	28	33	23	35	36	34		

Расчетно-графическая работа №7 «Комплексные числа»

Работа состоит из 7 заданий для 20 вариантов. Приведены примеры выполнения заданий.

Задание 1.

Выполнить указанные действия

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1.	$(1+4i)\cdot(2-3i)+\dfrac{2i(5+2i)}{1+2i}$	2.	$\dfrac{(2-6i)\cdot i}{-4+2i}-(1-i)^2$
3.	$\dfrac{5+i}{-1-2i}+\dfrac{2+3i}{i}$	4.	$\dfrac{(1-5i)\cdot(2+i)}{-1+i}-i^7(2-3i)$
5.	$(2-i)^2+\dfrac{3+i}{1-2i}$	6.	$\dfrac{4-5i^3}{1+i}-3i(5+2i)$
7.	$\dfrac{(1-2i)(1+i)}{3-i}-2i(2-i)$	8.	$\dfrac{5+3i}{1+3i}-i(2+3i)$
9.	$(3-2i)^2+\dfrac{9-8i}{4+2i}-i^5$	10.	$(-1+i)\cdot(3+2i)+\dfrac{i(6-4i)}{2+2i}$
11.	$5-3i+\dfrac{i^3(2-i)}{2+i}$	12.	$(4-i)^2+\dfrac{1+8i^3}{4-2i}$
13.	$\dfrac{(1-2i)^2}{3+i}-1+i$	14.	$\dfrac{5i+2i^6}{1-i}-3+2i$
15.	$\dfrac{i^5(6-i)}{-2+i}-2+3i$	16.	$\dfrac{(1+2i)\cdot(3-i)}{2-i}-i(5+3i)$
17.	$\dfrac{i}{-1+3i}-1+4i^5$	18.	$\dfrac{(1-i)\cdot(5+i)}{-3+i}-i^3(1+i)$
19.	$\dfrac{(1+5i)\cdot(1-i)}{-1+2i}-3i$	20.	$\dfrac{2+4i}{1-3i}-i^3(1+3i)$

Задание 2.

Найти действительные решения уравнения

Вариант	Задание
1.	$(2-i)^2 x+(3-2i)y=-2i$
2.	$(5+2i)x+(1-3i)y=x+y+8-5i$
3.	$(1+4i)x+(5-2i)y=(3+i)x-(2+3i)y+3+7i$
4.	$(3+5i)x+(1-2i)y=(3-4i)i$
5.	$(5+i)^2 x-y=(1+i)x+9i$
6.	$(2+i)ix+(4-i)y=y+5i$
7.	$(5+i)x+(4-2i)y=ix-(2+i)y+4+i$
8.	$(2-i)x+(-5+2i)y=1-i$
9.	$(1+3i)x+(2-i)^2 y=(-1-4i)i$
10.	$(3-i)x+(2+2i)y=(1+2i)x-iy$
11.	$(2+3i)x+(1-i)y=1+9i$
12.	$(3-2i)x+(1+4i)y=5+6i$
13.	$(6-i)x+(3+2i)y=x-13i+13$
14.	$(5-2i)x+(1+4i)y=7+6i$
15.	$(-4+i)x+(3-2i)y=-7+3i$
16.	$\frac{2+i}{i}x-(4+2i)y=3+4i$
17.	$(5+i)x-(1+i)y=-7-3i$
18.	$(2+i)x+(3-2i)y=(1-i)x+(4+i)y$
19.	$(7-i)x+(-2+4i)y=11+x$
20.	$x+(-1+3i)y=1-6i$

Задание 3.

Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих указанному условию

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1.	$\mathrm{Im}\left(\overline{z}\right) > -1$	2.	$-1 \le \mathrm{Re}\,(z) \le 3$
3.	$0 < \arg z < \dfrac{\pi}{2}$	4.	$1 \le \lvert z-3 \rvert \le 3$
5.	$\lvert z-i \rvert < 5$	6.	$\lvert z \rvert^2 = (\mathrm{Re}\, z)^2 + 9$
7.	$\mathrm{Im}\,(z-4i) > 0$	8.	$\lvert z+4i \rvert < 4$
9.	$\mathrm{Re}\,(z \cdot i) > 3$	10.	$\mathrm{Im}\,(z^2) \le 2$
11.	$\dfrac{\pi}{2} \le \dfrac{\pi}{2} + \arg z \le \pi$	12.	$\mathrm{Re}\,(z+2) \ge 0$
13.	$\mathrm{Re}\,(z-2) \le 1$	14.	$\mathrm{Im}\,(z \cdot i) < -1$
15.	$2 < \mathrm{Im}\,(z) \le 4$	16.	$\mathrm{Re}\,(z^2) = 0$
17.	$\dfrac{\pi}{4} < \arg z < \dfrac{\pi}{2}$	18.	$\mathrm{Im}\,(z+i) \le 3$
19.	$\lvert z+1-2i \rvert \le 2$	20.	$\lvert z \rvert > (\mathrm{Re}\, z)^2 - 4$

В вариантах 2, 6, 9, 12, 13, 16, 20 считать, что $\mathrm{Re}\,(a+bi) = a$

В вариантах 1, 7, 10, 14, 15, 18 считать, что $\mathrm{Im}\,(a+bi) = b$.

Задание 4.

Представить комплексные числа z_1 и z_2 в тригонометрической и экспоненциальной формах и изобразить точками на комплексной плоскости

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1.	$z_1 = 2 + 2\sqrt{3}\,i$, $z_2 = 3 - 3i$	2.	$z_1 = -4\sqrt{3} + 4\,i$, $z_2 = 0{,}5 + 0{,}5i$
3.	$z_1 = -3 + 3\,i$, $z_2 = \sqrt{3} + i$	4.	$z_1 = -7 + 7\sqrt{3}\,i$, $z_2 = 3\sqrt{3} + 3i$
5.	$z_1 = -\sqrt{3} - i$, $z_2 = -5\,i$	6.	$z_1 = 4 - 4\sqrt{3}\,i$, $z_2 = 0{,}5\,i$
7.	$z_1 = -2 - 2\,i$, $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$	8.	$z_1 = 6\sqrt{3} + 6\,i$, $z_2 = -\sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$
9.	$z_1 = -3 - 3\sqrt{3}\,i$, $z_2 = -2i$	10.	$z_1 = -2 + 2\sqrt{3}\,i$, $z_2 = -0{,}5i$
11.	$z_1 = -\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}\,i$, $z_2 = 2\sqrt{3} + 2i$	12.	$z_1 = 4\sqrt{3} + 4i$, $z_2 = \sqrt{2} - \sqrt{2}\,i$
13.	$z_1 = 1 - \sqrt{3}\,i$, $z_2 = 4 + 4\,i$	14.	$z_1 = 5 + 5\sqrt{3}\,i$, $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$
15.	$z_1 = 2 - 2\sqrt{3}\,i$, $z_2 = \sqrt{2} + \sqrt{2}\,i$	16.	$z_1 = -2\sqrt{3} + 2i$, $z_2 = 4\,i$
17.	$z_1 = -2 - 2\sqrt{3}\,i$, $z_2 = 6\sqrt{3} + 6i$	18.	$z_1 = \sqrt{3} - i$, $z_2 = 4 + 4i$
19.	$z_1 = -3 - 3\,i$, $z_2 = 4\sqrt{3} + 4i$	20.	$z_1 = -3 + 3\sqrt{3}\,i$, $z_2 = 3\sqrt{3} - 3i$

Задание 5.

Для комплексных чисел z_1 и z_2, записанных в тригонометрической форме, из задания 4, выполнить указанные действия.

Вариант	Задание	Вариант	Задание
1.	$z_1^5 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[4]{z_2}$	2.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1^5}{z_2},\ \sqrt[3]{z_2}$
3.	$z_1 \cdot z_2^5,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[3]{z_2^5}$	4.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2^5},\ \sqrt[3]{z_1}$
5.	$z_1^7 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[4]{z_2}$	6.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1^4}{z_2},\ \sqrt[4]{z_1}$
7.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1^8}{z_2},\ \sqrt[4]{z_2}$	8.	$z_1^5 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[4]{z_1^5}$
9.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1^3}{z_2},\ \sqrt[5]{z_2}$	10.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[4]{z_1^3}$
11.	$z_1^5 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[3]{z_2}$	12.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2^3},\ \sqrt[5]{z_1}$
13.	$z_1 \cdot z_2^6,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[4]{z_1}$	14.	$z_1 \cdot z_2^7,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[3]{z_2}$
15.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1^5}{z_2},\ \sqrt[4]{z_1^5}$	16.	$z_1^3 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[4]{z_1^3}$
17.	$z_1 \cdot z_2^5,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[3]{z_1}$	18.	$z_1 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2^7},\ \sqrt[4]{z_1}$
19.	$z_1^5 \cdot z_2,\ \frac{z_1}{z_2},\ \sqrt[3]{z_2}$	20.	$z_1 \cdot z_2,\ z_1 : z_2^3,\ \sqrt[4]{z_2^3}$

Задание 6

Найти корни многочлена второй степени (с комплексными коэффициентами) на множестве комплексных чисел и разложить его на множители.

Вариант	Задание
1.	$Q(x) = x^2 - 2x - 4ix + 6 + 4i$
2.	$Q(x) = x^2 + x - 6ix - 11 - 3i$
3.	$Q(x) = ix^2 + 2x - 5ix + 5i - 5$
4.	$Q(x) = x^2 - 4x + 2ix + 7 - 4i$
5.	$Q(x) = x^2 - 2x + 2ix + 9 - 2i$
6.	$Q(x) = x^2 - 6x - ix + 15 + 3i$
7.	$Q(x) = ix^2 - 4ix + 4x - i - 8$
8.	$Q(x) = x^2 - 6x - ix + 11 + 3i$
9.	$Q(x) = x^2 - 7x + 2ix + 9 - 7i$
10.	$Q(x) = x^2 - 4x + 4ix + 9 - 8i$
11.	$Q(x) = x^2 + 2x + 2ix - 4 + 2i$
12.	$Q(x) = x^2 - 4x - ix + 10 + 2i$
13.	$Q(x) = ix^2 + 2x + 2ix + 2 - 4i$
14.	$Q(x) = x^2 - 4x - 4ix + 1 + 8i$
15.	$Q(x) = ix^2 + 4x + 2ix + 4 - 7i$
16.	$Q(x) = x^2 - 2x - 2ix + 4 + 2i$
17.	$Q(x) = x^2 - 4x - 2ix + 7 + 4i$
18.	$Q(x) = x^2 + x + 4ix - 10 + 2i$
19.	$Q(x) = x^2 - 5x - 4ix + 2 + 10i$
20.	$Q(x) = x^2 - x + 6ix - 11 - 3i$

Задание 7.

Составить многочлен по заданным условиям.

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задание</th></tr>
<tr><td>1.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами третьей степени, если $x_1 = 2{,}5$ и $x_2 = -3 + i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>2.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = 3$ – корень многочлена кратности 2 и $x_2 = 2 + i$ – один из других корней многочлена</td></tr>
<tr><td>3.</td><td>Многочлен, если все его корни и соответствующие их кратности приведены в таблице:
<table>
<tr><td>корень</td><td>1</td><td>-2</td><td>$-1+i$</td></tr>
<tr><td>кратность</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>4.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = i$ – корень многочлена кратности 2</td></tr>
<tr><td>5.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами третьей степени, если $x_1 = -4$ и $x_2 = 1 + 2i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>6.</td><td>Многочлен, если все его корни и соответствующие их кратности приведены в таблице:
<table>
<tr><td>корень</td><td>3</td><td>-1</td><td>i</td></tr>
<tr><td>кратность</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>7.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = 1 - 2i$ и $x_2 = 2 - i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>8.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = 1 + 2i$ – корень многочлена кратности 2</td></tr>
<tr><td>9.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами третьей степени, если $x_1 = -0{,}5$ и $x_2 = 6 - i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>10.</td><td>Многочлен, если все его корни и соответствующие их кратности приведены в таблице:
<table>
<tr><td>корень</td><td>1</td><td>1+i</td><td>1-i</td></tr>
<tr><td>кратность</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Вариант</th><th>Задание</th></tr>
<tr><td>11.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = -2$ – корень многочлена кратности 2 и $x_2 = 4i$ – один из других корней многочлена</td></tr>
<tr><td>12.</td><td>Многочлен, если все его корни и соответствующие их кратности приведены в таблице:
<table>
<tr><td>корень</td><td>-1</td><td>$3+i$</td><td>$3-i$</td></tr>
<tr><td>кратность</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>13.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = -1$ – корень многочлена кратности 2 и $x_2 = 1-2i$ – один из других корней многочлена</td></tr>
<tr><td>14.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = 2-i$ – корень многочлена кратности 2</td></tr>
<tr><td>15.</td><td>Многочлен, если все его корни и соответствующие их кратности приведены в таблице:
<table>
<tr><td>корень</td><td>5</td><td>-1</td><td>$2i$</td></tr>
<tr><td>кратность</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>16.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = i$ и $x_2 = 2+i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>17.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x_1 = -2+i$ – корень многочлена кратности 2</td></tr>
<tr><td>18.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами третьей степени, если $x_1 = -0{,}5$ и $x_2 = -3+2i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>19.</td><td>Многочлен с действительными коэффициентами третьей степени, если $x_1 = -1{,}5$ и $x_2 = 4+i$ – два из его корней</td></tr>
<tr><td>20.</td><td>Многочлен, если все его корни и соответствующие их кратности приведены в таблице:
<table>
<tr><td>корень</td><td>-4</td><td>i</td></tr>
<tr><td>кратность</td><td>1</td><td>3</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

Примеры выполнения заданий

Пример 1.

Найти $z_1 + z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1^2, $\dfrac{z_1}{z_2}$, если $z_1 = 4 - 5i$, $z_2 = 2 + 3i$.

Решение.

Сложение и умножение комплексных чисел, записанных в алгебраической форме, производят подобно сложению и умножению многочленов.

$$z_1 + z_2 = 4 - 5i + 2 + 3i = (4+2) + (-5+3)i = 6 - 2i$$

$$z_1 \cdot z_2 = (4-5i)\cdot(2+3i) = 8 + 12i - 10i - 15i^2 = 8 + 2i - 15(-1) = 23 + 2i$$

$$z_1^2 = (4-5i)^2 = 16 - 40i + 25i^2 = 16 - 40i - 25 = -9 - 40i$$

При делении одного комплексного числа на другое, делимое и делитель умножают на комплексное число, сопряженное делителю.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{4-5i}{2+3i} = \frac{(4-5i)\cdot(2-3i)}{(2+3i)\cdot(2-3i)} = \frac{8-10i-12i+15i^2}{2^2-(3i)^2} = \frac{8-22i-15}{4+9} =$$

$$= \frac{-7-22i}{13} = -\frac{7}{13} - \frac{22}{13}i.$$

Пример 2.

Найти i^9, i^{27}.

Решение.

Для любых $q, r \in N$ имеет место равенство

$$i^{4q+r} = i^r$$

Следовательно,

$$i^9 = i^{4\cdot 2+1} = i^1 = i,$$

$$i^{27} = i^{6\cdot 4+3} = i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i.$$

Пример 3.

Найти действительные решения уравнения

$(-2+5i)\,x+2i=(1-2i)\,y+3ix-3.$

Решение.

Представим выражения в левой и правой части уравнения в виде $a+bi$

$$(-2+5i)\,x+2i=(1-2i)\,y+3ix-3$$

$$-2x+5ix+2i=y-2i\,y+3ix-3$$

$$-2x+(5x+2)i=y-3+(-2y+3x)\,i$$

Комплексные числа $z_1=a+bi$ и $z_2=c+di$ равны, если равны их действительные части и мнимые части, то есть

$$z_1=z_2 \Leftrightarrow a=c,\ b=d\,.$$

Следовательно, имеем систему

$$\begin{cases}-2x=y-3,\\ 5x+2=-2y+3x;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-2x+3,\\ 5x+2=-2(-2x+3)+3x;\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=-2x+3,\\ 5x+2=4x-6+3x;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-2x+3,\\ -2x=-8;\end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}y=-2x+3,\\ -2x=-8;\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}y=-5,\\ x=4.\end{cases}$$

Итак, $x=4$, $y=5$.

Пример 4.

Дать геометрическое описание множества точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $\left|\mathrm{Re}\,(z+3-i)\right|<1$.

Решение.

$\mathrm{Re}\,(z+3-i)$ – действительная часть числа $z+3-i$.

$$z+3-i=a+bi+3-i=(a+3)+(b-1)i$$

$$\mathrm{Re}\,(z+3-i)=a+3$$

Итак, $|a+3|<1$ $\quad |a+3|<1 \Leftrightarrow -1<a+3<1 \Leftrightarrow -4<a<-2$.

Изображением множества точек $M(a,b)$ на комплексной плоскости, удовлетворяющих условию $-4<a<-2$, служит бесконечная полоса, заключенная между прямыми $a=-4$ и $a=-2$, не включая точки этих прямых. (Рис. 1)

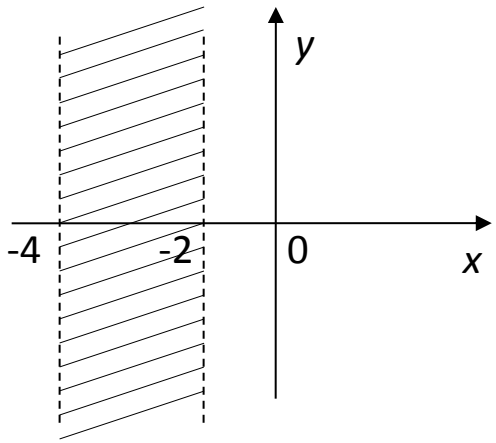

Рисунок 1.

Пример 5.

Представить комплексные числа $z_1=1+i$ и $z_2=1-\sqrt{3}i$ в тригонометрической и экспоненциальной формах.

Решение:

Любое комплексное число можно представить в виде:

$$z=a+bi=\sqrt{a^2+b^2}\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}+\frac{bi}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)=r(\cos\varphi+i\sin\varphi),$$

где $r=\sqrt{a^2+b^2}$ – модуль комплексного числа z (обозначают $|z|$),

φ – аргумент комплексного числа z (обозначают $\arg z$), обычно выбирают $\varphi\in[0,2\pi)$, реже берут $\varphi\in(-\pi,\pi]$. φ находят из условий:

$$\cos\varphi=\frac{a}{r},\ \sin\varphi=\frac{b}{r}.$$

Символом $e^{i\varphi}$ обозначают комплексное число $\cos\varphi + i\sin\varphi$. Поэтому любое комплексное число можно представить в виде:

$$z = a + bi = r\,e^{i\varphi}$$

Для представления комплексного числа $z_1 = 1 + i$ в тригонометрической и экспоненциальной формах, найдем модуль и аргумент этого числа.

$$a_1 = 1,\ b_1 = 1, \qquad r_1 = \sqrt{a_1^2 + b_1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2},$$

$$\varphi_1 : \begin{cases} \cos\varphi_1 = \dfrac{a_1}{r_1} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sin\varphi_1 = \dfrac{b_1}{r_1} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi_1 = \frac{\pi}{4}.$$ (Рис. 2)

Следовательно,

$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$ – тригонометрическая форма записи z_1.

$z_1 = \sqrt{2}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ –экспоненциальная форма записи z_1.

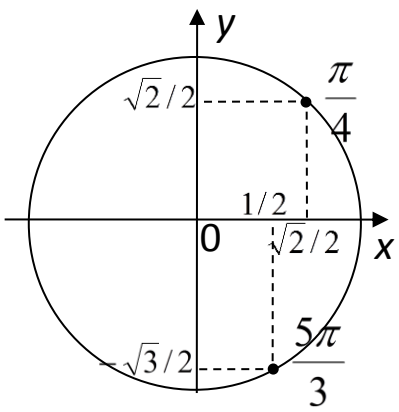

Рисунок 2

Представим $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$ в тригонометрической и экспоненциальной формах.

$$a_2 = 1,\ b_2 = -\sqrt{3},$$

$$r_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = \sqrt{1 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{4} = 2,$$

$$\varphi_2 : \begin{cases} \cos\varphi_2 = \dfrac{a_2}{r_2} = \dfrac{1}{2}, \\ \sin\varphi_2 = \dfrac{b_2}{r_2} = \dfrac{-\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi_2 = \frac{5\pi}{3}.$$ (Рис. 2)

Следовательно,

$z_2 = 2\left(\cos\dfrac{5\pi}{3} + i\sin\dfrac{5\pi}{3}\right)$ – тригонометрическая форма записи z_2.

$z_2 = 2e^{i\frac{5\pi}{3}}$ –экспоненциальная форма записи z_2.

Пример 6.

Для комплексных чисел $z_1 = 1 + i$ и $z_2 = 1 - \sqrt{3}i$, записанных в тригонометрической форме, выполнить действия:

1) $z_1 \cdot z_2$, 2) $\dfrac{z_1}{z_2}$, 3) z_2^5, 4) $\sqrt[3]{z_2}$.

Решение.

В примере 4 была получена тригонометрическая форма каждого из данных комплексных чисел:

$$z_1 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right),\ z_2 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$$

1) Чтобы перемножить два комплексных числа, записанных в тригонометрической форме, нужно перемножить их модули, а аргументы сложить:

$$z_1 \cdot z_2 = r_1(\cos\varphi_1 + i\sin\varphi_1) \cdot r_2(\cos\varphi_2 + i\sin\varphi_2) =$$

$$= r_1 r_2(\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + i\sin(\varphi_1 + \varphi_2))$$

$$z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{5\pi}{3}\right)\right) = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{23\pi}{12} + i\sin\frac{23\pi}{12}\right)$$

2) Чтобы найти частное от деления двух комплексных чисел, нужно найти частное от деления их модулей и разность их аргументов:

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{r_1(\cos\varphi_1+i\sin\varphi_1)}{r_2(\cos\varphi_2+i\sin\varphi_2)}=\frac{r_1}{r_2}(\cos(\varphi_1-\varphi_2)+i\sin(\varphi_1-\varphi_2))$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}-\frac{5\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{5\pi}{3}\right)\right)=$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{17\pi}{12}\right)+i\sin\left(-\frac{17\pi}{12}\right)\right)=$$

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(-\frac{17\pi}{12}+2\pi\right)+i\sin\left(-\frac{17\pi}{12}+2\pi\right)\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\left(\frac{7\pi}{12}\right)+i\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)\right).$$

В рассмотренном примере к полученному аргументу добавлено выражение 2π (период тригонометрических функций $\rho=\cos\varphi$ и $\rho=\sin\varphi$) для того, чтобы получить значение аргумента из промежутка $[0,2\pi)$.

3) Возведение комплексного числа в натуральную степень производится по формуле Муавра:

$$z^n=r^n(\cos n\varphi+i\sin n\varphi).$$

$$z_2^5=2^5\left(\cos\left(5\cdot\frac{5\pi}{3}\right)+i\sin\left(5\cdot\frac{5\pi}{3}\right)\right)=32\left(\cos\frac{25\pi}{3}+i\sin\frac{25\pi}{3}\right)=$$

$$=32\left(\cos\left(8\pi+\frac{\pi}{3}\right)+i\sin\left(8\pi+\frac{\pi}{3}\right)\right)=32\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right).$$

4) Существует ровно *n* корней *n*-ой степени из комплексного числа:

$$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r(\cos\varphi+i\sin\varphi)}=\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{\varphi+2\pi k}{n}+i\sin\frac{\varphi+2\pi k}{n}\right),$$

где $k=0,1,...,n-1.$

В рассматриваемом примере

$$\sqrt[3]{z}=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{5\pi}{3}+2\pi k}{3}+i\sin\frac{\frac{5\pi}{3}+2\pi k}{3}\right),\text{ где } k=0,1,2$$

при k=0 $\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{5\pi/3}{3}+i\sin\frac{5\pi/3}{3}\right)=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{5\pi}{9}+i\sin\frac{5\pi}{9}\right)$,

при k=1

$$\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{5\pi}{3}+2\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{5\pi}{3}+2\pi}{3}\right)=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{11\pi}{9}+i\sin\frac{11\pi}{9}\right),$$

при k=2

$$\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{\frac{5\pi}{3}+4\pi}{3}+i\sin\frac{\frac{5\pi}{3}+4\pi}{3}\right)=\sqrt[3]{2}\left(\cos\frac{17\pi}{9}+i\sin\frac{17\pi}{9}\right).$$

Заметим, что аргументы получившихся комплексных чисел разбивают единичную окружность на три равные дуги. (Рис. 3).

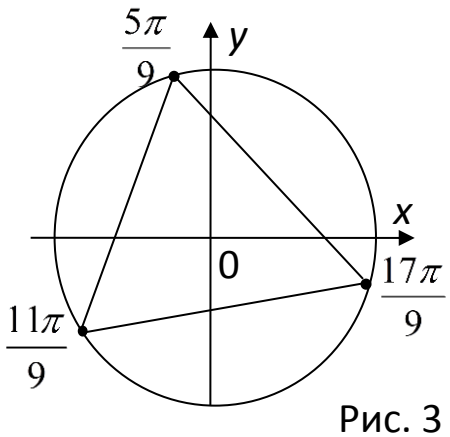

Рис. 3

Пример 7.

Найти корни многочлена второй степени (с комплексными коэффициентами) на множестве комплексных чисел и разложить его на множители.

$$Q(x)=ix^2+2ix+x+13i+1$$

Решение.

Так как многочлен второй степени имеет в множестве комплексных чисел ровно 2 корня, то его разложение $Q(x)=a_2x^2+a_1x+a_0$ на множители имеет вид:

$$Q(x)=a_2(x-x_1)(x-x_2).$$

Найдем корни многочлена, решив соответствующее квадратное уравнение.

$$ix^2+2ix+x+13i+1=0$$

$$ix^2+(2i+1)x+(13i+1)=0$$

$$D=(2i+1)^2-4i(13i+1)=4i^2+4i+1-52i^2-4i=-4+1+52=49$$

$$x_1=\frac{-(2i+1)+7}{2i}=\frac{-2i+6}{2i}=-1-3i,\ x_2=\frac{-(2i+1)-7}{2i}=\frac{-2i-8}{2i}=-1+4i$$

$$Q(x)=i(x-(-1-3i))(x-(-1+4i)=i\ (x+1+3i)(x+1-4i).$$

Пример 8.

Составить многочлен с действительными коэффициентами четвертой степени, если $x=-1+2i$ – корень многочлена кратности 2.

Решение.

Так как по условию многочлен имеет действительные коэффициенты, то его комплексные корни являются сопряженными, причем одной и той же кратности.

$x=-1+2i$ – корень кратности 2 $\Rightarrow$ $\bar{x}=-1-2i$ также корень кратности 2.

Следовательно, искомый многочлен может быть представлен в виде

$$M(x)=(x-(-1+2i))^2(x-(-1-2i))^2=\big((x-(-1+2i))(x-(-1-2i))\big)^2=$$
$$=\big((x-(-1+2i))(x-(-1-2i))\big)^2=\big((x+1-2i)(x+1+2i)\big)^2=$$

$$=\big((x+1)^2-4i^2\big)^2=\big(x^2+2x+1-4i^2\big)^2=\big(x^2+2x+1+4\big)^2=\big(x^2+2x+5\big)^2=$$
$$=x^4+4x^3+4x^2+10x^2+20x+25=x^4+4x^3+14x^2+20x+25.$$

Расчетно-графическая работа №8 «Матрицы и определители. Системы линейных уравнений»

Работа состоит из 2 заданий для 25 вариантов.

Вариант 1

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 8 & -7 & -6 \\ -3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 \\ 3 & -5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 7, \\ 2x + 3y + z = 1, \\ 3x + 2y + z = 6. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 11, \\ x - 2y + z = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x - 3y + 4z = 0, \\ 4x - 11y + 10z = 0. \end{cases}$

Вариант 2

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 3, \\ x + y + 2z = -4, \\ 4x + y + 4z = -3. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x - y + 2z = -5, \\ 2x + 3z = -2. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x - y + 2z = 0, \\ x + y + z = 0, \\ x + 3y + 3z = 0. \end{cases}$

Вариант 3

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 2 & 4 & -6 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x - y + z = 12, \\ x + 2y + 4z = 6, \\ 5x + y + 2z = 3. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - y + 4z = 15, \\ 3x - y + z = 8, \\ 5x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 3y + 2z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ 3x - 5y + 4z = 0. \end{cases}$

Вариант 4

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 1 & 11 \\ 9 & 2 & 5 \\ 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - y + 3z = -4, \\ x + 3y - z = 11, \\ x - 2y + 2z = -7. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 3y + 2z = 2, \\ 4x - 5y + 2z = 1, \\ x - 2y = 5. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x - y + 10z = 0, \\ x + 2y - z = 0, \\ 2x - 3y + 4z = 0. \end{cases}$

Вариант 5

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 12, \\ 3x + 4y - 2z = 6, \\ 2x - y - z = -9. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + 2y - 4z = 8, \\ 2x + 4y - 5z = 1, \\ 5x + 6y - 9z = 2. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + 5y + z = 0, \\ 4x + 6y + 3z = 0, \\ x - y - 2z = 0. \end{cases}$

Вариант 6

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 8x + 3y - 6z = -4, \\ x + y - z = 2, \\ 4x + y - 3z = -5. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + y + 2z = -3, \\ 2x + 2y + 5z = 5, \\ 5x + 3y + 7z = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x - y - 3z = 0, \\ 2x + 3y + z = 0, \\ x + y + 3z = 0. \end{cases}$

Вариант 7

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 5 \\ 4 & -1 & -2 \\ 4 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 4x + y - 3z = 9, \\ x + y - z = -2, \\ 8x + 3y - 6z = 12. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x - 7y - 2z = 0, \\ 2x - 3y - 4z = 6, \\ 2x - 4y + 2z = 2. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - y + 2z = 0, \\ 2x + y - 3z = 0, \\ 3x + 2z = 0. \end{cases}$

Вариант 8

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 4 \\ 3 & -1 & -4 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 0 & 6 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 33, \\ 7x - 5y = 24, \\ 4x + 11z = 39. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x - 9y - 4z = 6, \\ x - 7y - 5z = 1, \\ 4x - 2y + z = 2. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - y - 5z = 0, \\ x + 2y - 3z = 0, \\ 5x + 1y + 4z = 02. \end{cases}$

Вариант 9

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ -4 & 9 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 1 & 9 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 12, \\ 7x - 5y + z = -33, \\ 4x + z = -7. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 5y + z = 3, \\ 3x + 2y - z = 7, \\ 4x - 3y = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 5x - 5y + 4z = 0, \\ 3x + y + 3z = 0, \\ x + 7y - z = 0. \end{cases}$

Вариант 10

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ -4 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} x + 4y - z = 6, \\ 5y + 4z = -20, \\ 3x - 2y + 5z = -22. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x - 5y - 4z = -3, \\ x - y + 5z = 1, \\ 4x - 4y - 9z = 0. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 3y - z = 0, \\ 2x + 5y - 2z = 0, \\ x + y + 5z = 0. \end{cases}$

Вариант 11

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 & 4 \\ -1 & -1 & 1 \\ 10 & 1 & 7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 3 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x - 2y + 4z = 21, \\ 3x + 4y - 2z = 9, \\ 2x - y - z = 10. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 7x - 2y - z = 2, \\ 6x - 4y - 5z = 3, \\ x + 2y + 4z = 5. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + y + 3z = 0, \\ 3x - y + 2z = 0, \\ x + 3y + 4z = 0. \end{cases}$

Вариант 12

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 7 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 \\ -3 & 0 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x - 2y - 5z = 5, \\ 2x + 3y - 4z = 12, \\ x - 2y + 3z = -1. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x - 3y + z = 3, \\ x + y - z = 4, \\ 3x - 4y + 2z = 2. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y - z = 0, \\ 2x + 3y + 2z = 0, \\ 3x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$

Вариант 13

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 3 & -1 \\ 8 & 4 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 5 \\ 7 & 1 & 2 \\ 1 & 6 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 4x + y + 4z = 19, \\ 2x - y + 2z = 11, \\ x + y + 2z = 8. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + y + 2z = 0, \\ 2x + 2y - 3z = 9, \\ x - y + z = 2. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x + y - z = 0, \\ 3x - 2y + 4z = 0, \\ x - 5y + 3z = 0. \end{cases}$

Вариант 14

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 \\ 3 & 3 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 0, \\ 4x + y + 4z = 6, \\ x + y + 2z = 4. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 6x + 3y - 5z = 0, \\ 9x + 4y - 7z = 3, \\ 3x + y - 2z = 5. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x + y + 3z = 0, \\ 8x - y + 7z = 0, \\ 2x + 4y - 5z = 0. \end{cases}$

Вариант 15

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 3 & 0 & 6 \\ 4 & 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - y + 2z = 8, \\ x + y + 2z = 11, \\ 4x + y + 4z = 22. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 8x - y + 3z = 2, \\ 4x + y + 6z = 1, \\ 4x - 2y - 3z = 7. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 4y - 3z = 0, \\ 2x + 5y + z = 0, \\ x - 7y + 2z = 0. \end{cases}$

Вариант 16

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -5 \\ 3 & -7 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - y - 3z = -9, \\ x + 5y + z = 20, \\ 3x + 4y + 2z = 15. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 5, \\ x + y + 5z = 6, \\ 3x + 4y + 9z = 0. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 2y + z = 0, \\ 3x + y + 2z = 0, \\ 2x - 3y + 5z = 0. \end{cases}$

Вариант 17

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & -7 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x - y - 3z = 0, \\ 3x + 4y + 2z = 1, \\ x + 5y + z = -3. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x - 3y - 4z = 1, \\ 7x - 9y - z = 3, \\ 5x - 6y + 3z = 7. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y - z = 0, \\ 3x + 3y + 2z = 0. \end{cases}$

Вариант 18

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & -1 & -1 \\ 5 & -5 & -1 \\ 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} -3x + 5y + 6z = -8, \\ 3x + y + z = -4, \\ x - 4y - 2z = -9. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 5x + 6y - 2z = 2, \\ 2x + 3y - z = 9, \\ 3x + 3y - z = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 2y = 0, \\ x - y + 2z = 0, \\ 4x - 2y + 5z = 0. \end{cases}$

Вариант 19

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -7 & 2 \\ 1 & -8 & 3 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 5 & -3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x + y + z = -4, \\ -3x + 5y + 6z = 36, \\ x - 4y - 2z = -19. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x + y - 2z = 6, \\ 5x - 3y + 2z = 4, \\ -2x + 5y + 4z = 0. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ x + 2y - 5z = 0, \\ 3x + y + z = 0. \end{cases}$

Вариант 20

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 3 & 5 & 1 \\ 4 & -7 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & -8 & 5 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x - y + z = -11, \\ 5x + y + 2z = 8, \\ x + 2y + 4z = 16. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x + y + z = 2, \\ 5x + y + 3z = 4, \\ 7x + 2y + 4z = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ 4x + 3y + 4z = 0. \end{cases}$

Вариант 21

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -4 \\ 4 & -9 & 3 \\ 2 & -7 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 4 \\ 7 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x - y + z = 9, \\ 5x + y + 2z = 11, \\ x + 2y + 4z = 19. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 2y - 3z = 3, \\ x + 3y - 5z = 0, \\ 2x + y - 8z = 4. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x - 3y - 4z = 0, \\ 5x - 8y - 2z = 0, \\ 2x + y - z = 0. \end{cases}$

Вариант 22

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 & -1 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -7 & -6 \\ 3 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 4, \\ 2x + y + 3z = 0, \\ 3x + 2y + z = 1. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 4y - 2z = 0, \\ 3x - 5y - 6z = 2, \\ 4x - 9y - 8z = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x + 5y - z = 0, \\ 2x + 4y - 3z = 0, \\ x - 3y + z = 0. \end{cases}$

Вариант 23

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -4 & 1 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -4 \\ 2 & 5 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 2x + 3y + z = 12, \\ 2x + y + 3z = 16, \\ 3x + 2y + z = 8. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x + y - 3z = 1, \\ 3x + y - z = 2, \\ x - 2z = 5. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x - 2y + z = 0, \\ 2x - 3y + 2z = 0, \\ 4x + y - 4z = 0. \end{cases}$

Вариант 24

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -8 & -4 \\ 7 & 0 & -5 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 5 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 14, \\ 2x + 3y - 4z = -16, \\ 3x - 2y - 5z = -8. \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x - 5y + 3z = 4, \\ x + 2y + z = 8, \\ 2x - 7y + 2z = 1. \end{cases}$ в) $\begin{cases} 7x + y - 3z = 0, \\ 3x - 2y + 3z = 0, \\ x - y + 2z = 0. \end{cases}$

Вариант 25

1. Выполните действия над матрицами 2A-3B+4E.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 \\ 3 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 1 \\ 5 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Крамера.

а) $\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 11, \\ 2x - y - z = 4, \\ 3x - 2y + 4z = 11. \end{cases}$ б) $\begin{cases} x - 2y + 3z = 6, \\ 2x + 3y - 4z = 2, \\ 3x + y - z = 5. \end{cases}$ в) $\begin{cases} x + 2y - 4z = 0, \\ 2x - y - 3z = 0, \\ x + 3y + z = 0. \end{cases}$

3 Контроль внеаудиторной самостоятельной работы студентов

Контроль внеаудиторной самостоятельной работы студентов проводится преподавателем в аудитории.

Результативность самостоятельной работы студентов оценивается посредством следующих форм контроля знаний и умений студентов:

- устный опрос;
- собеседование;
- представленный текст расчетно-графической.

Результаты контроля используются для оценки текущей успеваемости студентов. Оценка текущей успеваемости студентов выставляется в учебный журнал.

4 Информационное обеспечение внеаудиторной самостоятельной работы студентов

Основные источники (для студентов)

1 Баврин И.И. Математика [Электронный ресурс]:учебник и практикум для СПО. 2-е изд., перераб. и доп.М.: Издательство Юрайт, 2016. 616 с.

2 Богомолов Н.В., Самойленко П.И. Математика: учебник для СПО. 5-е изд., перераб. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2015. 396 с.

3 Богомолов Н.В. Практическое занятие по математике: учеб.пособие для СПО. 11-е изд., перераб. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2016. 495 с.

4 Жавнерчик В.Э., Майсеня Л.И., Савилова Ю.И. Справочник по математике и физике [Электронный ресурс]. Минск: Вышэйшая школа, 2014. 400 с.

5 Каазик Ю.Я. Математический словарь [Электронный ресурс]. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 335 с.

6 Маслова Т.Н., Суходский А.М. Справочник по математике [Электронный ресурс]. М.: Мир и Образование, 2013. 672 с.

7 Математика в примерах и задачах. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Л.И. Майсеня [и др.]. Минск: Вышэйшая школа, 2014. 359 с.

8 Математика в примерах и задачах. Часть 2 [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Л.И. Майсеня [и др.]. Минск: Вышэйшая школа, 2014. 431 с.

Дополнительные источники (для студентов)

9 Башмаков М.И. Математика: задачник: учеб.пособие для учреждений нач. и сред. проф. образования. 5-е изд. М.: Издательский центр «Академия», 2013. 416 с.

10 Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями. В 2 т. Т 1: учеб.пособие для СПО. 2-е изд., испр. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2016. 364 с.

11 Богомолов Н.В. Математика. Задачи с решениями. В 2 т. Т 2: учеб.пособие для СПО. 2-е изд., испр. и доп. М.: Издательство Юрайт, 2016. 285 с.

12 Генин Л.Г. Задачи и их решения для любителей школьной математики [Электронный ресурс]: пособие для учащихся старших классов и абитуриентов.М.: Издательский дом МЭИ, 2014. 64 с.

13 Григорьев В.П., Сабурова Т.Н. Математика: учебник для студ. учреждений сред.проф. образования. М.: Издательский центр «Академия», 2016. 368 с.

14 Захарова А.Е., Высочанская Ю.М. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 136 с.

15 Мэйсон Дж., Бёртон Л., Стэйси К. Математика – это просто 2.0. Думай математически [Электронный ресурс]. М.: Техносфера, 2015. 352 с.

16 Математика. Сборник задач по базовому курсу [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Н.Д. Золотарёва [и др.]. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. 241 с.

17 Оакли Барбара. Думай как математик [Электронный ресурс]: как решать любые задачи быстрее и эффективнее. М.: Альпина Паблишер, 2016. 284 с.

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

СОГЛАСОВАНО

Старший методист М.В. Отс

Методист по ИТ Ю.В.Пеховкина