

**ЧАСТНОЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
«ГАЗПРОМ ТЕХНИКУМ НОВЫЙ УРЕНГОЙ»**

**Сборник методических указаний  
для студентов  
по выполнению практических работ  
по учебной дисциплине  
«Техническая механика»  
профессионального цикла  
программы подготовки специалистов среднего звена  
для всех специальностей технического профиля**

Новый Уренгой 2017

Методические указания для выполнения практических работ разработаны в соответствии рабочей программой учебной дисциплины «Техническая механика» на основе ФГОС СПО по всем специальностям и содержат требования по подготовке, выполнению и оформлению результатов практических работ.

Методические указания по выполнению практических работ адресованы студентам очной формы обучения.

**РАЗРАБОТЧИК:**

Бондарь Жанна Викторовна - преподаватель высшей категории общетехнических и специальных дисциплин ЧПОУ Газпром техникума Новый Уренгой

Данные методические указания являются собственностью

© ЧПОУ «Газпром Техникум Новый Уренгой»

Рассмотрены на заседании кафедры ПК ОТД и рекомендованы к применению

Протокол № 9 от « 10 » мая 2017 г.

Председатель Бондарь Ж.В. Бондарь

Зарегистрированы в реестре банка программной, оценочной и учебно-методической документации

Регистрационный номер 359.114/10).ТН.ОН.05(01).  
ПКОТД.001-17

## СОДЕРЖАНИЕ

1 Введение.....	4
2 Практическая работа №1.....	12
Определение реакций связей	
3 Практическая работа №2.....	53
Определение положения центра тяжести	
4 Практическая работа №3.....	73
Решение задач кинематики и динамики	
5 Практическая работа №4.....	83
Расчет бруса на растяжение (сжатие)	
6 Практическая работа №5.....	95
Раскрытие статической неопределимости системы	
7 Практическая работа №6.....	103
Определение главных центральных моментов инерции сечения	
8 Практическая работа №7.....	109
Расчет бруса на кручение	
9 Практическая работа №8.....	123
Расчет бруса на изгиб	
10 Практическая работа №9.....	144
Расчет бруса с применением гипотез прочности	
11 Практическая работа №10.....	157
Расчет бруса на устойчивость	
12 Список используемых источников.....	180
13 Лист согласования.....	183

## ВВЕДЕНИЕ

### Уважаемый студент!

Методические указания по дисциплине «Техническая механика» для выполнения практических работ созданы вам в помощь для работы на занятиях, подготовки к практическим работам, правильного составления отчетов.

Приступая к выполнению практической работы, вы должны внимательно прочитать цель занятия, ознакомиться с требованиями к уровню вашей подготовки в соответствии с федеральными государственными стандартами третьего поколения (ФГОС-3), краткими теоретическими и учебно-методическими материалами по теме практической работы, ответить на вопросы для закрепления теоретического материала.

Все задания к практической работе вы должны выполнять в соответствии с инструкцией, анализировать полученные в ходе занятия результаты по приведенной методике.

Отчет о практической работе вы должны выполнить по приведенному алгоритму, опираясь на образец.

Наличие положительной оценки по практическим работам необходимо для получения зачета по дисциплине и/или допуска к экзамену, поэтому в случае отсутствия на уроке по любой причине или получения неудовлетворительной оценки за практическую вы должны найти время для ее выполнения или пересдачи.

Выполнение практических работ направлено на достижение следующих **целей**:

- обобщение, систематизация, углубление, закрепление полученных теоретических знаний;
- формирование умений, получение первоначального практического опыта по выполнению профессиональных задач в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, профессионального модуля. Освоенные на практических занятиях умения в совокупности с усвоенными знаниями и

полученным практическим опытом при прохождении учебной и производственной практики формируют профессиональные компетенции;

- совершенствование умений применять полученные знания на практике, реализация единства интеллектуальной и практической деятельности;

- выработка при решении поставленных задач таких профессионально значимых качеств, как творческая инициатива, самостоятельность, ответственность, способность работать в команде и брать на себя ответственность за работу всех членов команды, способность к саморазвитию и самореализации, которые соответствуют общим компетенциям, перечисленным в ФГОС СПО.

Предусмотрено проведение 10 практических работ для очной формы обучения.

Для преподавателей профессионального цикла:

**Образовательные результаты, подлежащие проверке в ходе выполнения практических работ**

в совокупности практические по учебной дисциплине «Техническая механика» охватывают весь круг умений и знаний, перечисленных в рабочей программе УД «Техническая механика». Выполнение практических работ направлено на формирование общих компетенций, предусмотренных во ФГОС СПО по специальностям: *21.02.01 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», 21.02.03 «Сооружение и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ», 15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям)», 08.02.09 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий»*

ОК:

ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития

ОК 5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 6	Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды, за результат выполнения заданий
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации
ОК 9	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности

*21.02.01 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений»*

ОК:

ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития
ОК 5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 6	Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды, за результат выполнения заданий
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации
ОК 9	Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности

ПК:

ПК 1.1	Контролировать и соблюдать основные показатели разработки месторождений
ПК 1.2	Контролировать и поддерживать оптимальные режимы разработки и эксплуатации скважин
ПК 1.3	Предотвращать и ликвидировать последствия аварийных ситуаций на нефтяных и газовых месторождениях
ПК 1.4	Проводить диагностику, текущий и капитальный ремонт скважин
ПК 2.1	Выполнять основные технологические расчеты по выбору наземного и скважинного оборудования
ПК 2.2	Производить техническое обслуживание нефтегазопромыслового оборудования.
ПК 2.3	Осуществлять контроль за работой наземного и скважинного оборудования на стадии эксплуатации
ПК 2.4	Осуществлять текущий и плановый ремонт нефтегазопромыслового оборудования

ПК 2.5	Оформлять технологическую и техническую документацию по эксплуатации нефтегазопромыслового оборудования
ПК 3.1	Осуществлять текущее и перспективное планирование и организацию производственных работ на нефтяных и газовых месторождениях
ПК 3.2	Обеспечивать профилактику и безопасность условий труда на нефтяных и газовых месторождениях
ПК 3.3	Контролировать выполнение производственных работ по добыче нефти и газа, сбору и транспорту скважинной продукции

#### Уметь:

У 1	определять напряжения в конструкционных элементах
У 2	определять передаточное отношение
У 3	проводить расчет и проектировать детали и сборочные единицы общего назначения
У 4	проводить сборочно-разборочные работы в соответствии с характером соединений деталей и сборочных единиц
У 5	производить расчеты на сжатие, срез и смятие
У 6	производить расчеты элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость
У 7	собирать конструкции из деталей по чертежам и схемам
У 8	читать кинематические схемы

#### Знать:

З 1	виды движений и преобразующие движения механизмы
З 2	виды износа и деформаций деталей и узлов
З 3	виды передач
З 4	их устройство, назначение, преимущества и недостатки, условные обозначения на схемах;
З 5	кинематику механизмов, соединения деталей машин, механические передачи, виды и устройство передач
З 6	методику расчета конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации
З 7	методику расчета на сжатие, срез и смятие
З 8	назначение и классификацию подшипников
З 9	характер соединения основных сборочных единиц и деталей
З 10	основные типы смазочных устройств
З 11	типы, назначение, устройство редукторов
З 12	трение, его виды, роль трения в технике
З 13	устройство и назначение инструментов и контрольно-измерительных приборов, используемых при техническом обслуживании и ремонте оборудования

21.02.03 «Сооружение и эксплуатация газонефтепроводов и газонефтехранилищ»

ОК:

ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития
ОК 5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 6	Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды, за результат выполнения заданий
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации
ОК 9	Ориентироваться в условиях частой смены технологий в профессиональной деятельности

ПК:

ПК 1.3	Осуществлять ремонтно-техническое обслуживание оборудования
ПК 1.4	Выполнять дефектацию и ремонт узлов и деталей технологического оборудования
ПК 2.1	Выполнять строительные работы при сооружении газонефтепроводов и газонефтехранилищ
ПК 2.2	Обеспечивать техническое обслуживание газонефтепроводов и газонефтехранилищ, контролировать их состояние

Уметь:

У 1	определять напряжения в конструктивных элементах
У 2	определять передаточное отношение
У 3	проводить расчет и проектировать детали и сборочные единицы общего назначения
У 4	проводить сборочно-разборочные работы в соответствии с характером соединений деталей и сборочных единиц
У 5	производить расчеты на сжатие, срез и смятие
У 6	производить расчеты элементов конструкций на прочность, жесткость и устойчивость
У 7	собирать конструкции из деталей по чертежам и схемам
У 8	читать кинематические схемы



Знать:

З 1	виды движений и преобразующие движения механизмы
З 2	виды износа и деформаций деталей и узлов
З 3	виды передач, их устройство, назначение, преимущества и недостатки, условные обозначения на схемах
З 4	кинематику механизмов, соединения деталей машин, механические передачи, виды и устройство передач
З 5	методику расчета конструкций на прочность, жесткость и устойчивость при различных видах деформации
З 6	методику расчета на сжатие, срез и смятие
З 7	назначение и классификацию подшипников
З 8	характер соединения основных сборочных единиц и деталей
З 9	основные типы смазочных устройств
З 10	типы, назначение, устройство редукторов
З 11	трение, его виды, роль трения в технике
З 12	устройство и назначение инструментов и контрольно-измерительных приборов, используемых при техническом обслуживании и ремонте оборудования

*15.02.07 «Автоматизация технологических процессов и производств (по отраслям)»*

ОК:

ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность
ОК 4	Осуществлять поиск и использование информации, необходимой для эффективного выполнения профессиональных задач, профессионального и личностного развития
ОК 5	Использовать информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
ОК 6	Работать в коллективе и в команде, эффективно общаться с коллегами, руководством, потребителями
ОК 7	Брать на себя ответственность за работу членов команды, за результат выполнения заданий
ОК 8	Самостоятельно определять задачи профессионального и личностного развития, заниматься самообразованием, осознанно планировать повышение квалификации
ОК 9	Быть готовым к смене технологий в профессиональной деятельности

ПК:

ПК 1.1	Проводить анализ работоспособности измерительных приборов и средств автоматизации
ПК 1.2	Диагностировать измерительные приборы и средства автоматического управления
ПК 1.3	Производить поверку измерительных приборов и средств автоматизации

Уметь:

У 1	проводить расчеты при проверке на прочность механических систем
У 2	рассчитывать параметры элементов электрических и механических схем

Знать:

З 1	общие понятия технической механики в приложении к профессиональной деятельности;
З 2	типовые детали машин и механизмов и способы их соединения
З 3	основные понятия и аксиомы статики, кинематики и динамики

*08.02.09 «Монтаж, наладка и эксплуатация электрооборудования промышленных и гражданских зданий»*

ОК:

ОК 1	Понимать сущность и социальную значимость своей будущей профессии, проявлять к ней устойчивый интерес
ОК 2	Организовывать собственную деятельность, выбирать типовые методы и способы выполнения профессиональных задач, оценивать их эффективность и качество
ОК 3	Принимать решения в стандартных и нестандартных ситуациях и нести за них ответственность

ПК:

ПК 1.3	Организовывать и производить ремонт электроустановок промышленных и гражданских зданий
ПК 2.1	Организовывать и производить монтаж силового электрооборудования промышленных и гражданских зданий с соблюдением технологической последовательности
ПК 2.2	Организовывать и производить монтаж осветительного электрооборудования промышленных и гражданских зданий с соблюдением технологической последовательности
ПК 2.3	Организовывать и производить наладку и испытания устройств электрооборудования промышленных и гражданских зданий
ПК 2.4	Участвовать в проектировании силового и осветительного электрооборудования
ПК 3.1	Организовывать и производить монтаж воздушных и кабельных линий с соблюдением технологической последовательности
ПК 3.2	Организовывать и производить наладку и испытания устройств воздушных и кабельных линий
ПК 3.3	Участвовать в проектировании электрических сетей
ПК 4.2	Контролировать качество выполнения электромонтажных работ

Уметь:

У 1	определять координаты центра тяжести тел
У 2	выполнять расчеты на прочность и жесткость

Знать:

З 1	виды деформации
З 2	законы механического движения и равновесия
З 3	методы механических испытаний материалов
З 4	методы расчета элементов конструкции на прочность
З 5	устойчивость при различных видах нагружения
З 6	основные типы деталей машин и механизмов

**Внимание!** Если в процессе подготовки к практическим работам или при решении задач у вас возникают вопросы, разрешить которые самостоятельно не удастся, необходимо обратиться к преподавателю для получения разъяснений или указаний в дни проведения дополнительных занятий. Время проведения дополнительных занятий можно узнать в открытом информационном пространстве Техникума.

## Практическая работы № 1: «Определение реакций связей»

### Учебная цель:

К решению практической работы №1 следует приступать после изучения тем «Основные понятия и аксиомы статики», «Связи и их реакции» «Плоская система сходящихся сил», «Плоская система произвольно расположенных сил», «Пространственная система произвольно расположенных сил» и разбора примеров приведенных ниже.

В предлагаемых задачах рассматриваются тела, которые находятся в равновесии под действием плоских и пространственных систем сил

### Порядок выполнения работы:

- **Пример 1.1** (рис 1.2). Определить силы, нагружающие стержни АВ и АС кронштейна, удерживающего в равновесии груз  $F = 6$  кН и растянутую пружину, сила упругости которой  $F_1 = 2$  кН.

Весом частей конструкции, а также трением на блоке пренебречь

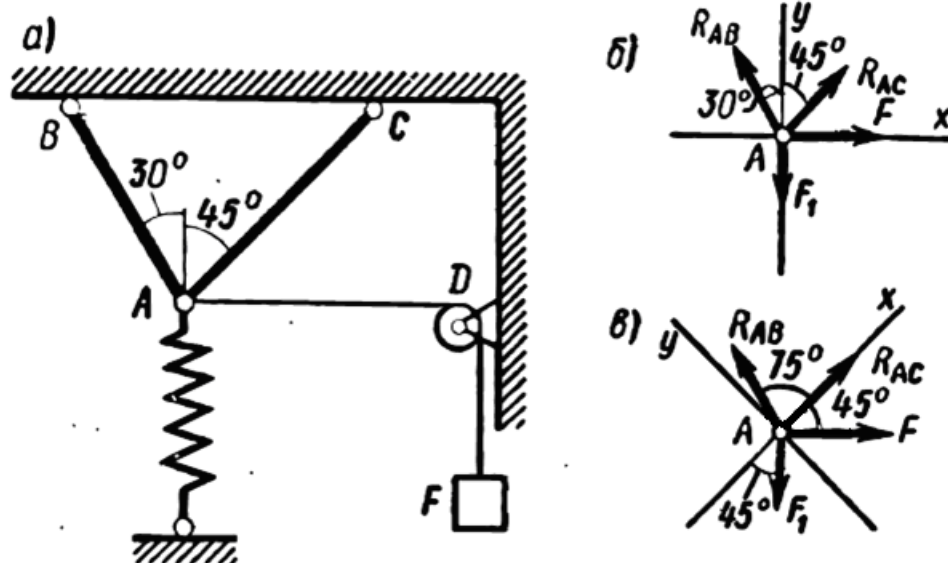


Рис 1.2

**Решение:** Задачу решаем аналитическим методом.

Рассмотрим равновесие точки схода А. К ней приложены заданные активные силы - сила натяжения троса AD, равная весу груза F, и сила упругости пружины  $F_1$ . Так как и трос, и пружина растянуты, то эти силы направлены от точки А.

Рассмотрим точку А как свободную, отбросим связи (стержни АВ и АС), заменяя их действие реакциями  $R_{AB}$  и  $R_{AC}$ . Реакции стержней направим от точки А, так как предварительно полагаем стержни растянутыми (действительные направления реакций стержней в начале решения неизвестны). Если наше предположение окажется неверным, то искомая реакция стержня получится в ответе со знаком минус, это говорит о том, что стержень сжат и истинное направление реакции к точке А, т.е. в противоположную сторону. Полученная расчетная схема изображена на рис 1.2 б.

Принимаем обычное вертикально-горизонтальное направление координатных осей. Для полученной плоской системы сходящихся сил составляем два уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{xi} = 0; & F + R_{AC} \cos 45^\circ - R_{AB} \cos 60^\circ = 0; \\ & 6 + R_{AC} \cdot 0,707 - R_{AB} \cos 30^\circ = 0; \\ \Sigma F_{yi} = 0; & R_{AC} \cos 45^\circ + R_{AB} \cos 60^\circ - F_1 = 0; \\ & R_{AC} \cdot 0,707 + R_{AB} \cdot 0,866 - 2 = 0.\end{aligned}$$

Решая полученную систему уравнений, находим  $R_{AB} = 5,86$  кН и  $R_{AC} = -4,34$  кН. Искомые силы, нагружающие стержни, по модулю равны найденным реакциям стержней.

Стержень АВ оказался растянутым, а стержень АС - сжатым.

Следует отметить, что каждое из полученных уравнений равновесия содержало оба неизвестных, чего можно было избежать, направив координатные оси по-другому - совместив одну из осей с неизвестной силой (рис 1.2в). При этом в уравнении равновесия для другой оси окажется лишь одно неизвестное:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{xi} = 0; & R_{AC} + F \cos 45^\circ + R_{AB} \cos 75^\circ - F_1 \cos 45^\circ = 0; \\ & R_{AC} + 6 \cdot 0,707 + R_{AB} \cdot 0,259 - 2 \cdot 0,707 = 0; \\ \Sigma F_{yi} = 0; & R_{AB} \cos 15^\circ - F \cos 45^\circ - F_1 \cos 45^\circ = 0; \\ & R_{AC} \cdot 0,966 - 6 \cdot 0,707 - 2 \cdot 0,707 = 0; \\ & \text{откуда } R_{AC} = 5,86 \text{ кН и } R_{AC} = -4,34 \text{ кН}\end{aligned}$$

Для проверки правильности решения составляем проверочное уравнение равновесия - уравнение проекций сил на любую ось.

$$\Sigma F_{xi} = R_{AC} + F + R_{AB} \cos 75^\circ - F_1 \cos 45^\circ = (-4,34) + 6 + 5,86 \cdot 0,259 - 2 \cdot 0,707 = 5,76 - 5,75 \approx 0.$$

Полученное небольшое расхождение в третьем знаке допустимо.

**- Пример 1.2** (рис 1.3). Определить силу натяжения троса, удерживающего в равновесии шар весом  $G = 20$  Н, а также силу давления шара на наклонную опорную плоскость.

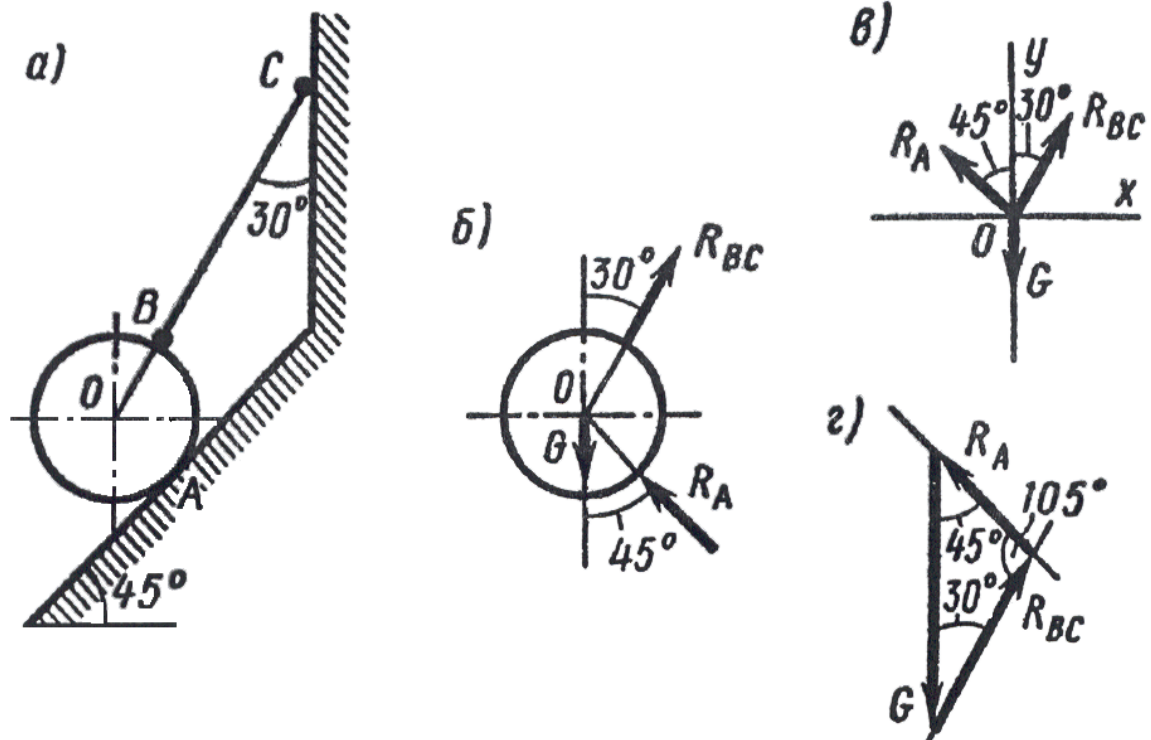


Рис 1.3

**Решение:** Задачу решаем аналитическим методом. К шару приложена заданная активная сила - вес шара  $G$ . Отбрасываем связи (трос  $BC$  и опорная плоскость), заменим их действие реакциями  $R_{BC}$  и  $R_A$ . Реакцию растянутого троса направим от шара, а реакцию опорной плоскости - по нормали к ней в сторону к шару (рис 1.3б). Рассмотрим равновесие точки  $O$  схода всех сил. Полученная расчетная схема изображена на (рис 1.3в).

Принимаем обычное вертикально-горизонтальное направление координатных осей. Для полученной плоской системы сходящихся сил составляем два уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{xi} = 0; R_{BC} \cos 60^\circ - R_A \cos 45^\circ &= 0; \\ R_{BC} \cdot 0,5 - R_A \cdot 0,707 &= 0, \\ \Sigma F_{yi} = 0; R_{BC} \cos 30^\circ + R_A \cos 45^\circ - G &= 0; \\ R_{BC} \cdot 0,866 + R_A \cdot 0,707 - 20 &= 0. \end{aligned}$$

Решая полученную систему уравнений, находим  $R_A = 10,3 \text{ Н}$  и  $R_{BC} = 14,6 \text{ Н}$ . Искомая сила натяжения троса и сила давления шара на плоскость соответственно равны найденным реакциям.

Для проверки правильности решения применим графоаналитический метод - построим замкнутый силовой треугольник (рис 1.3г). От произвольной точки откладываем вектор заданной силы  $G$ , через начало и конец которого проводим известные направления искомых реакций троса и опоры.

Применение графоаналитического метода решения целесообразно лишь для системы, состоящей из трех сил.

В следующей задаче рассмотрим, определение реакций двух шарнирно соединенных между собой стержней, удерживающих два груза. Таким образом, к шарниру В приложены четыре силы, из которых две неизвестны. Можно взять три способа решения: аналитический, графический и геометрический. Для данного типа задач целесообразно использовать аналитический способ решения.

- **Пример 1.3** Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1 = 70$  кН и  $F_2 = 100$  кН (рис 1.4а) Массой стержней пренебречь.

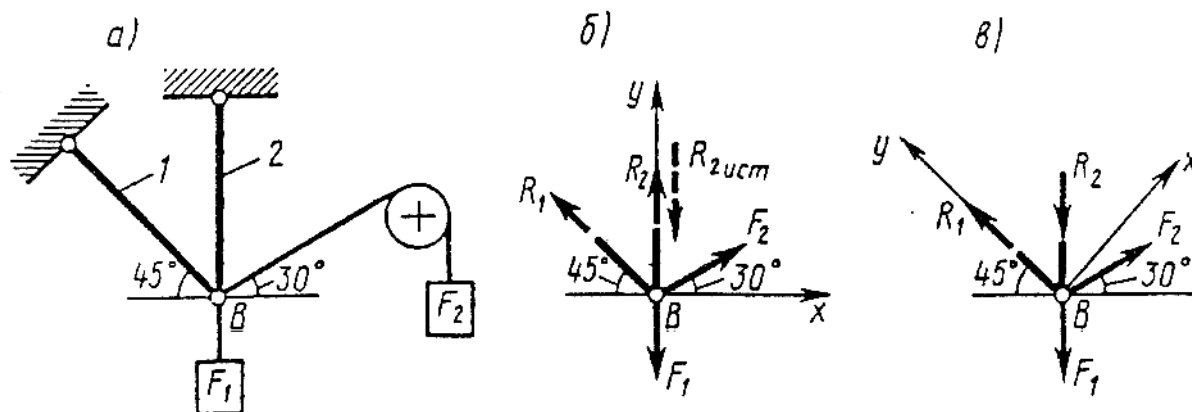


Рис 1.4

**Решение:**

- 1 Рассмотрим равновесие шарнира В (рис 1.4а),
- 2 Освободим шарнир В от связей и изобразим действующие на него активные силы и реакции связей (рис 1.4б).

3 Выбираем систему координат, совместив ось у по направлению с реакцией  $R_2$  (рис 1.4б) и составляем уравнения равновесия для системы сил, действующих на шарнир В

$$\begin{aligned} \sum F_{xi} &= -R_1 \cos 45^\circ + F_2 \cos 30^\circ = 0, \\ \sum F_{yi} &= R_1 \sin 45^\circ + R_2 + F_2 \sin 30^\circ - F_1 = 0 \end{aligned}$$

4 Определяем реакции стержней  $R_1$  и  $R_2$

$$R_1 = \frac{F_2 \cdot \cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0.866}{0.707} = 112 \text{ кН}$$

Подставляя найденное значение  $R_1$ , получаем:

$$R_2 = F_1 - F_2 \sin 30^\circ - R_1 \sin 45^\circ = 70 - 100 \cdot 0.5 - 112 \cdot 0.7 = -66.6 \text{ кН}$$

Знак минус перед значением  $R_2$  указывает на то, что первоначально выбранное направление реакции неверное - следует направить реакцию  $R_2$  в противоположную сторону, т. е. к шарниру В (рис 1.4б), истинное направление реакции  $R_2$  показано штриховым вектором.

5 Проверим правильность полученных результатов, выбрав новое расположение осей координат  $x$  и  $y$  (рис 1,в) Относительно этих осей составляем уравнения равновесия:

$$\begin{aligned}\Sigma F_{xi} &= -R_2 \cos 45^\circ + F_2 \cos 15^\circ - F_1 \cos 45^\circ = 0, \\ \Sigma F_{yi} &= R_1 - F_1 \cos 45^\circ - R_2 \cos 15^\circ - F_2 \cos 75^\circ = 0.\end{aligned}$$

Из уравнения находим:

$$R_2 = \frac{F_2 \cdot \cos 15^\circ - F_1 \cdot \cos 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \frac{100 \cdot 0.965 - 70 \cdot 0.707}{0.707} = 66.6 \text{ kH}$$

Подставляя найденное значение  $R_2$  в уравнение (11), получаем:

$$R_1 = F_1 \cos 45^\circ + R_2 \cos 45^\circ - F_2 \cos 75^\circ = 70 \cdot 0.707 + 66.6 \cdot 0.707 - 100 \cdot 0.258 = 122 \text{ kH}$$

Значения реакций  $R_1$  и  $R_2$ , полученные при решении уравнений, совпадают по величине и направлению, следовательно, задача решена правильно.

Чтобы решить следующие задачи в разделе «Статики» нужно изучить темы «Плоская система пар. Моменты сил», «Плоская система произвольно расположенных сил».

В задачах определению подлежат опорные реакции тела, находящегося в равновесии под действием плоской системы произвольно расположенных сил. В качестве опор выбраны стержни и шарнирные опоры.

Вид применяемой системы трех уравнений равновесия может быть различным:

- а) два уравнения моментов сил и одно уравнение проекций сил;
- б) одно уравнение моментов сил и два уравнения проекций сил.

Выполнять проверку правильности решения обязательно

Напоминаем, **что момент силы относительно точки равен нулю в том случае, когда линия действия силы проходит через эту точку.**

Обращаем внимание на способ определения момента силы с помощью разложения ее на составляющие. Этот способ, как наиболее целесообразный, подробно рассмотрен в **примере 1.4**. Знак момента пары или силы относительно точки определяется направлением возможного поворота тела вокруг этой точки. Обычно принимают следующее правило знаков- плюс - при повороте по ходу часовой стрелки, минус - при повороте против хода часовой стрелки

Решение задачи можно упростить путем рационального выбора направления координатных осей и положения центров моментов.

**Последовательность решения задачи:**

- 1 Изобразить балку вместе с нагрузками
- 2 Выбрать расположение координатных осей, совместив ось  $x$  с балкой, а ось  $y$  перпендикулярно оси  $x$ .



3 Произвести необходимые преобразования заданных активных сил: силу, наклоненную к оси балки под углом  $\alpha$ , заменить двумя взаимно перпендикулярными составляющими, а равномерно распределенную нагрузку - ее равнодействующей, приложенной в середине участка распределения нагрузки.

4 Освободить балку от опор, заменив их действие реакциями опор, направленными вдоль выбранных осей координат.

5 Составить уравнения равновесия статики для плоской системы произвольно расположенных сил.

$$\sum X_i = 0; \quad (1.3)$$

$$\sum Y_i = 0; \quad (1.4)$$

$$\sum M_o(F_i) = 0 \quad (1.5)$$

6 Проверить правильность найденных опорных реакций по уравнению, которое не было использовано для решения задачи.

- **Пример 1.4** (рис 1.5а). С помощью рычага-гвоздодера ABC из деревянного бруса вытаскивают гвоздь. Какой должна быть сила  $F$ , прикладываемая рабочим в начальный момент отжимания гвоздя, если сила сопротивления движению гвоздя составляет 1730 Н?. Принять  $DB = 35$  мм и  $BC = 350$  мм. Весом рычага пренебречь.

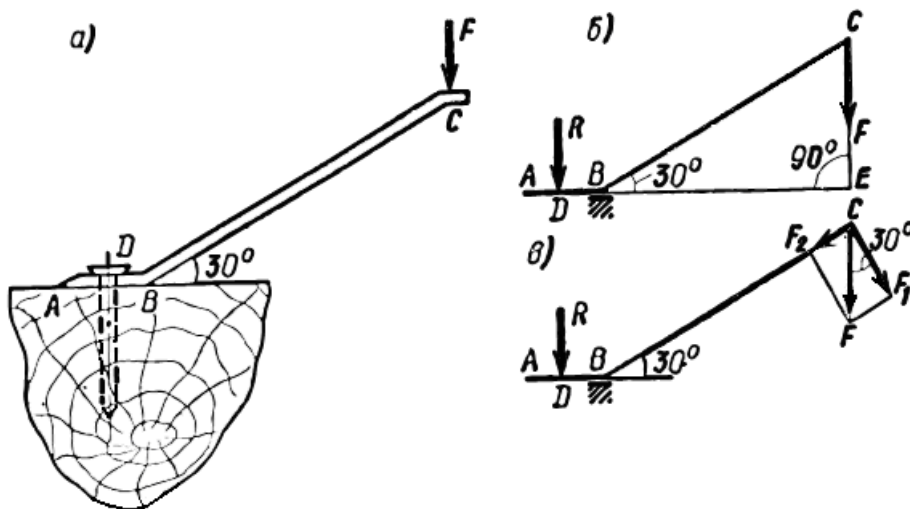


Рис 1.5

**Решение:** В момент начала отжимания гвоздя рычаг под действием силы  $F$  начинает поворот вокруг опорной точки  $B$ . Со стороны шляпки гвоздя на лапку  $AB$  рычага в точке  $D$  действует нормальная реакция  $R = 1730$  Н. Реакция опорной точки  $B$  из рассмотрения равновесия рычага исключается. Полученная расчетная схема изображена на (рис 1.5б)

Рычаг находится в равновесии, если сумма моментов действующих на него сил относительно точки вращения рычага (опорной точки) равна нулю;  $\sum M_B = 0; F \cdot BE - R \cdot DB = 0$ , где  $BD$  – плечо силы  $R$ ;  $BE = EC \cos 30^\circ$  - плечо силы  $F$  относительно точки  $B$ . Получаем

$$F \cdot BC \cdot \cos 30^\circ - R \cdot DB = 0;$$

$$F \cdot 350 \cdot 10^{-3} \cdot 0,866 - 1730 \cdot 35 \cdot 10^{-3} = 0,$$

отсюда  $F = 200 \text{ Н}$ . Здесь  $BC = 350 \text{ мм} = 350 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $DB = 35 \text{ мм} = 35 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Так же удобно определять момент силы относительно точки, пользуясь разложением силы на составляющие и теоремой Вариньона, согласно, которой момент равнодействующей силы равен сумме моментов ее составляющих. Поясним сказанное на примере (рис 1.5в). Здесь  $F_2$  – составляющая силы  $F$  по направлению  $BC$ ;  $F_1$  – составляющая по направлению нормали к  $BC$ . Легко заметить, что составляющая  $F_2$  относительно точки  $B$  момента не создает, так как линия ее действия проходит через эту точку (плечо силы равно нулю). Плечом же составляющей  $F_1 = F \cos 30^\circ$  является  $BC$ . При решении задач разложение силы на составляющие можно не изображать на чертеже, а выполнять это действие мысленно.

$$\text{Итак, получаем } \Sigma M_B = 0; F \cos 30^\circ \cdot BC - R \cdot DB = 0,$$

отсюда  $F = 200 \text{ Н}$ .

- **Пример 1.5** (рис 1.6а). Телескопическая стрела  $AB$  автокрана весом  $G = 4 \text{ кН}$  с центром тяжести в точке  $C$  несет на конце груз  $F = 15 \text{ кН}$ . Стрела удерживается в равновесии с помощью гидравлического домкрата  $DE$ . Принимая  $AB = 20 \text{ м}$ ,  $AC = 7 \text{ м}$  и  $AD = 1,5 \text{ м}$ , определить реакции опорного шарнира  $A$  и силу, нагружающую шток домкрата.

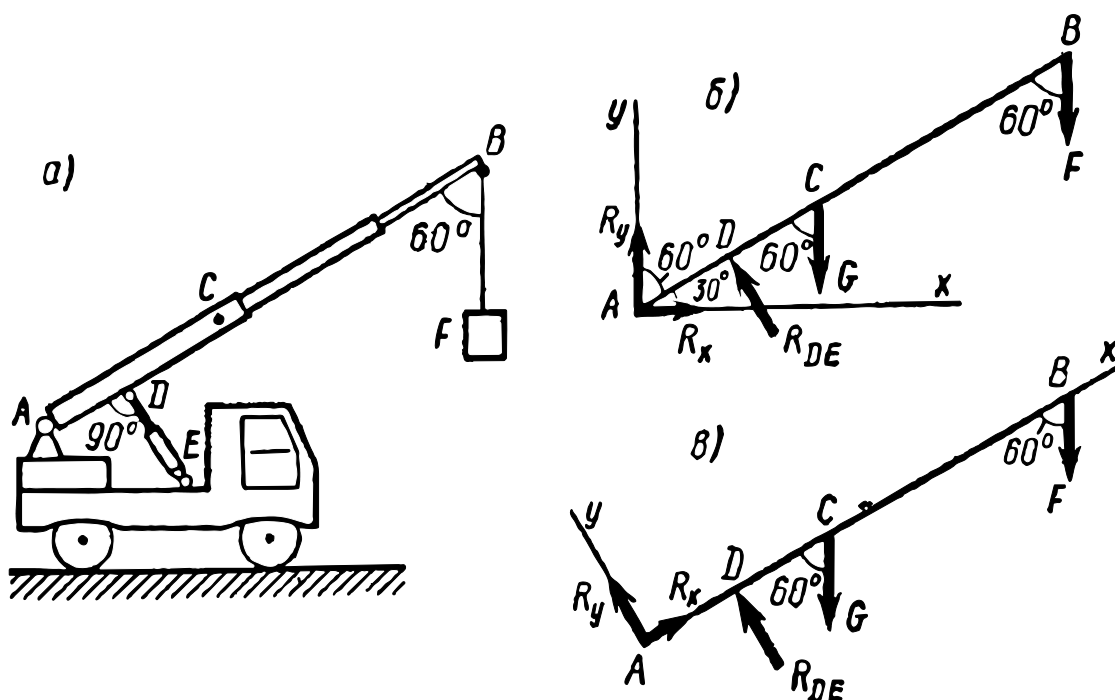


Рис 1.6

**Решение:** Рассмотрим равновесие стрелы  $AB$ . К ней приложены заданные активные силы – вес груза  $F$  и вес стрелы  $G$ .

Рассматривая тело АВ как свободное, отбрасываем связи (стержень домкрата DE и шарнирно-неподвижную опору А), заменяя их действие реакциями. Реакция  $R_{DE}$  стержня направлена вдоль него к телу АВ (так как очевидно, что в нашем случае стержень сжат). Реакция опоры А заранее по направлению не известна, поэтому заменяем ее двумя составляющими  $R_x$  и  $R_y$  по осям координат, принимаем обычное вертикально-горизонтальное направление координатных осей. Расчетная схема изображена на (рис 1.6б). Для полученной плоской системы произвольно расположенных сил составляем три уравнения равновесия (напоминаем, что в качестве центра моментов целесообразно выбирать точку пересечения двух неизвестных сил – в нашем случае точку А):

$$\begin{aligned} \Sigma M_A = 0; & -R_{DE} \cdot AD + G \cos 30^\circ \cdot AC + F \cos 30^\circ \cdot AB = 0 \\ & -R_{DE} \cdot 1,5 + 4 \cdot 0,866 \cdot 7 + 15 \cdot 0,866 \cdot 20 = 0, \text{ отсюда } R_{DE} = 189 \text{ кН}; \\ \Sigma F_{xi} = 0; & R_x - R_{DE} \cos 60^\circ = 0; \\ & R_x - 189 \cdot 0,5 = 0, \text{ отсюда } R_x = 94,5 \text{ кН}; \\ \Sigma F_{yi} = 0; & R_y + R_{DE} \cos 30^\circ - G - F = 0; \\ & R_y + 189 \cdot 0,866 - 4 - 15 = 0, \text{ отсюда } R_y = -145 \text{ кН}; \end{aligned}$$

Составляем проверочное уравнение равновесия, в качестве которого может быть принято любое уравнение проекций или моментов, кроме уже использованных в решении.

Возьмем, например:

$$\begin{aligned} \Sigma M_B = R_y \cos 30^\circ \cdot AB - R_x \cos 60^\circ \cdot AB + R_{DE} \cdot DB - G \cos 30^\circ \cdot CB = \\ = (-145) 0,866 \cdot 20 - 94,5 \cdot 0,5 \cdot 20 + 189 \cdot 18,5 - 4 \cdot 0,866 \cdot 13 = -3490 + 3480 \approx 0. \end{aligned}$$

Полученное небольшое расхождение в третьем знаке допустимо, так как объясняется погрешностью счета.

Следовательно, реакции  $R_x$ ,  $R_y$  и  $R_{DE}$  определены верно. Реакция  $R_y$  получилась отрицательной; это указывает на то, что ее действительное направление противоположно предварительно выбранному. Искомая сила, нагружающая шток домкрата DE, по модулю равна найденной реакции, а по направлению противоположна ей.

В двух из трех уравнений равновесия, использованных в решении, содержалось более чем по одному из неизвестных, чего можно было избежать, направив координатные оси по-другому (рис 1.6 в). При этом уже две точки (А и D) будут точками пересечения двух неизвестных сил (так как изменилось направление составляющих реакций опоры А), что позволит применить другую систему уравнений равновесия;

$$\Sigma M_A = 0; -R_{DE} \cdot AD + G \cos 30^\circ \cdot AC + F \cos 30^\circ \cdot AB = 0$$

Это уравнение осталось без изменений. Получаем:  $R_{DE} = 189 \text{ кН}$ .

$$\Sigma M_D = 0; R_y \cdot AD + G \cos 30^\circ \cdot DC + F \cos 30^\circ \cdot BD = 0$$

$$R_y \cdot 1,5 + 4 \cdot 0,866 \cdot 5,5 + 15 \cdot 0,866 \cdot 18,5 = 0, \text{ отсюда } R_y = -173 \text{ кН}.$$

$$\Sigma F_{xi} = 0; R_x - G \cos 60^\circ - F \cos 60^\circ = 0,$$

$$R_x - 4 \cdot 0,5 - 15 \cdot 0,5 = 0, \text{ отсюда } R_x = 9,5 \text{ кН};$$

Составляем проверочное уравнение равновесия:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{yi} &= R_y + R_{DE} - G \cos 30^\circ - F \cos 30^\circ = \\ &= (-173) + 189 - 4 \cdot 0,866 - 15 \cdot 0,866 = 189 - 189 = 0. \end{aligned}$$

Во втором варианте решения иным направлениям составляющих реакций  $R_x$  и  $R_y$  опоры А соответствуют и иные их значения. Полная реакция  $R_A$  опоры не зависит от направления ее составляющих, в чем легко убедиться с помощью формулы:

$$R_A = \sqrt{R_x^2 + R_y^2};$$

$$R_A = \sqrt{(94,5)^2 + (-145)^2} = 173,2 \text{ кН для 1-го варианта решения}$$

$$R_A = \sqrt{(9,5)^2 + (-173)^2} = 173,2 \text{ кН для 2-го варианта решения}$$

- **Пример 1.6** (рис 1.7а). Для заданной консольной балки определить реакции заделки.

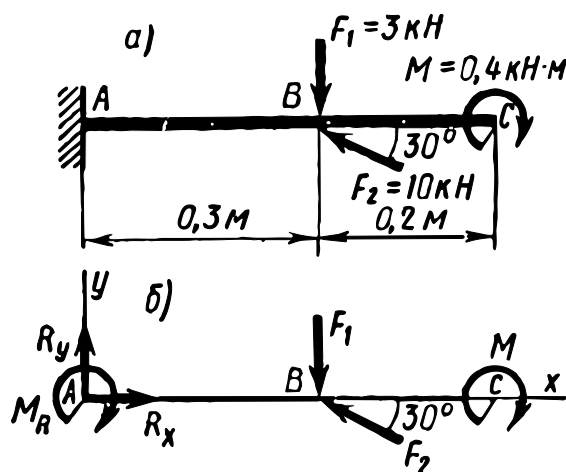


Рис 1.7

**Решение:** Рассмотрим равновесие балки АВ. К ней приложены заданные активные силы  $F_1$  и  $F_2$  и момент  $M$ . Консольная балка АВ – свободное тело, отбрасываем связь (заделку), заменяя ее действие реакциями -реактивным моментом  $M_R$  и составляющими реакциями  $R_x$  и  $R_y$  по осям координат. Расчетная схема изображена на (рис 1.7б). Для полученной плоской системы произвольно расположенных сил составляем три уравнения равновесия, выбрав в качестве центра моментов точку А (точку пересечения двух неизвестных сил):

$$\Sigma M_A = 0; M_R + F_1 \cdot AB - F_2 \cos 60^\circ \cdot AB + M = 0;$$

$$M_R + 3 \cdot 0,3 - 10 \cdot 0,5 \cdot 0,3 + 0,4 = 0, \text{ отсюда } M_R = 0,2 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$\Sigma F_{xi} = 0; R_x - F_2 \cos 30^\circ = 0;$$

$$R_x - 10 \cdot 0,866 = 0, \text{ отсюда } R_x = 8,66 \text{ кН};$$

$$\Sigma F_{yi} = 0; R_y - F_1 + F_2 \cos 60^\circ = 0;$$

$$R_y - 3 + 10 \cdot 0,5 = 0, \text{ отсюда } R_y = -2 \text{ кН};$$

Составляем проверочное уравнение равновесия:

$$\Sigma M_c = M_R + R_y \cdot AC - F_1 \cdot BC + F_2 \cos 60^\circ \cdot BC + M =$$

$$= 0,2 + (-2) \cdot 0,5 - 3 \cdot 0,2 + 10 \cdot 0,5 - 0,2 + 0,4 = 1,6 - 1,6 = 0.$$

Следовательно, реакции определены верно. Реакция  $R_y$  - отрицательная, значит, ее истинное направление противоположно предварительно выбранному.

- **Пример 1.7** (рис 1.8а). Для заданной двухопорной балки определить опорные реакции.

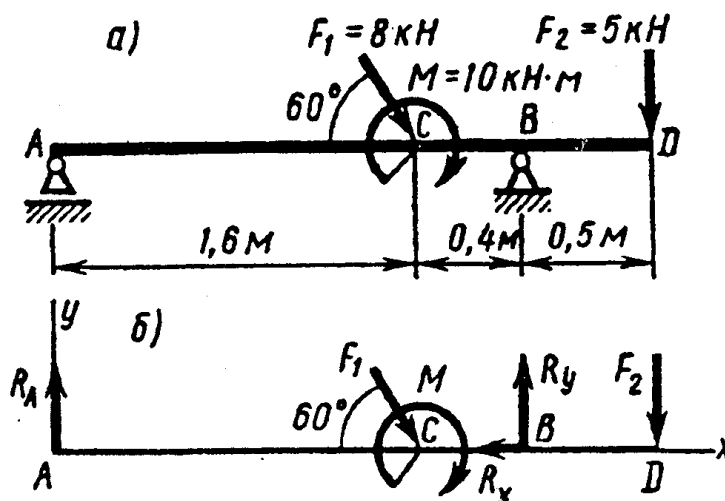


Рис 1.8

**Решение:** Рассмотрим равновесие балки AD. К ней приложены заданные активные силы  $F_1$  и  $F_2$  и пара сил с моментом  $M$ . Балка AD свободное тело, отбрасываем связи (шарнирные опоры A и B), заменяя их действие реакциями. Реакция  $R_A$  шарнирно-подвижной опоры A направлена перпендикулярно к опорной поверхности. Для шарнирно-неподвижной опоры B показываем составляющие реакции  $R_x$  и  $R_y$  по осям координат. Расчетная схема изображена на (рис 1.4б). Для полученной плоской системы произвольно расположенных сил составим три уравнения равновесия, выбрав в качестве центра моментов точки A и B (точки пересечения двух неизвестных сил):

$$\Sigma M_A = 0; F_1 \cos 30^\circ \cdot AC + M - R_y \cdot AB + F_2 \cdot AD = 0;$$

$$8 \cdot 0,866 \cdot 1,6 + 10 - R_y \cdot 2 + 5 \cdot 2,5 = 0, \text{ отсюда } R_y = 16,8 \text{ кН};$$

$$\Sigma M_B = 0; R_A \cdot AB - F_1 \cos 30^\circ \cdot CB + M + F_2 \cdot BD = 0;$$

$$R_A \cdot 2 - 8 \cdot 0,866 \cdot 0,4 + 10 + 5 \cdot 0,5 = 0, \text{ отсюда } R_A = -4,86 \text{ кН};$$

$$\Sigma F_{xi} = 0; F_1 \cos 60^\circ - R_x = 0;$$

$$8 \cdot 0,5 - R_x = 0, \text{ отсюда } R_x = 4 \text{ кН};$$

Составляем проверочное уравнение равновесия:

$$\Sigma F_{yi} = R_A - F_1 \cos 30^\circ + R_y - F_2 = -4,86 - 8 \cdot 0,866 + 16,8 - 5 =$$

$$= 16,8 - 16,8 = 0.$$

Следовательно, реакции определены, верно. Реакция  $R_A$  получилась отрицательной, значит, ее истинное направление противоположно предварительно выбранному.

- **Пример 1.8** Для заданной двухопорной балки определить опорные реакции, (рис 1.9 а).

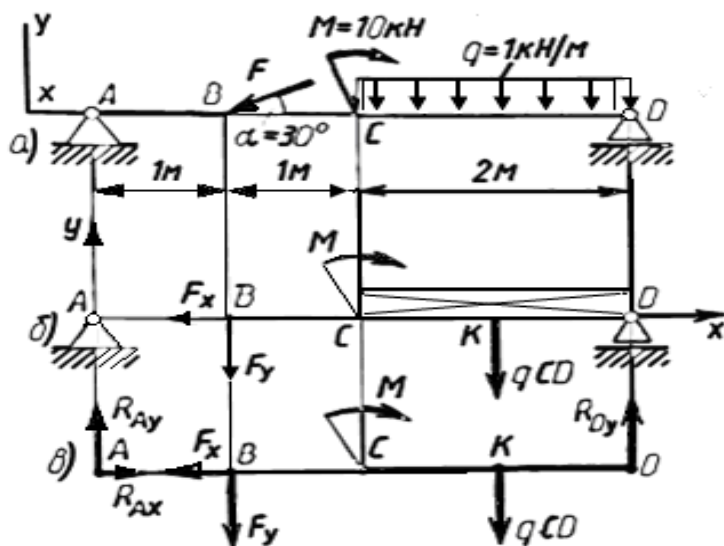


Рис 1.9

**Решение:** Рассмотрим равновесие балки AD. К ней приложены заданные активная сила F, пара сил с моментом M и равномерно распределенная нагрузка q. Балка AD свободное тело, отбрасываем связи (шарнирные опоры A и D), заменяя их действие реакциями  $R_{Ax}$ ,  $R_{Ay}$  и  $R_{Dy}$ . Силу F заменим ее составляющими

$F_x = F \cos \alpha$  и  $F_y = F \sin \alpha$ . Равнодействующая  $q \cdot CD$  равномерно распределенной нагрузки приложена в середине участка CD, в точке K (рис 1.9 б,в).

Составим уравнения равновесия статики и определим неизвестные реакции опор.

$$\Sigma M_A = F_y \cdot AB + M + q_{CD} \cdot AD - R_{Dy} \cdot AD = 0;$$

$$R_{Dy} = \frac{F_y \cdot AB + M + q_{CD} \cdot AD}{AD} = \frac{10 \cdot 1 + 10 + 2 \cdot 3}{4} = 6,5 \text{ kH}$$

$$\Sigma M_D = R_{Ay} \cdot AD - F_y \cdot BD + M - q_{CD} \cdot KD = 0$$

$$R_{Ay} = \frac{F_y \cdot BD - M + q_{CD} \cdot KD}{AD} = \frac{20 \cdot 0,5 - 10 + 2}{4} = 5,5 \text{ kH}$$

$$\Sigma X_i = R_{Ax} - F_x = 0; R_{Ax} = F_x = F \cos \alpha = 20 \cdot 0,866 = 17,3 \text{ kH}$$

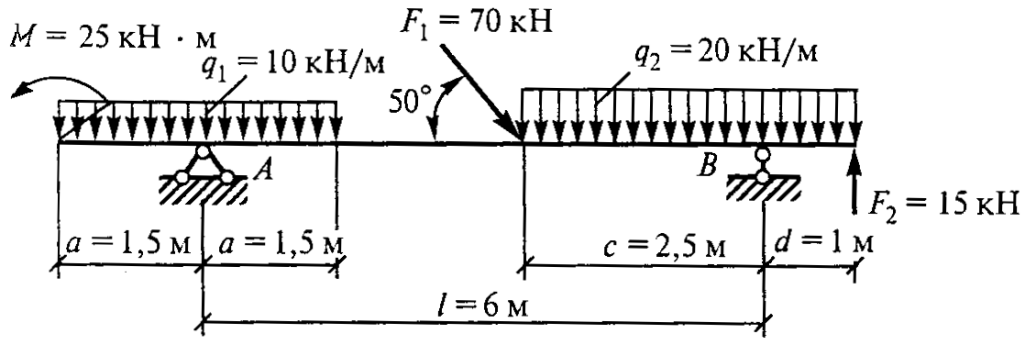
Проверяем правильность найденных результатов:

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_y - q_{CD} + R_{Dy} = 5,5 - 10 - 2 + 6,5 = 0$$

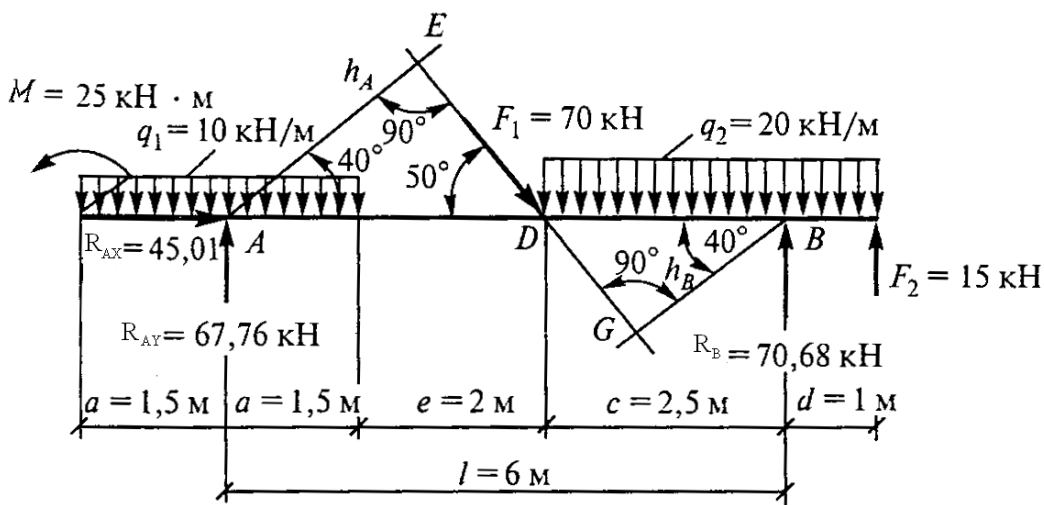
Условие равновесия  $\Sigma Y_i = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор найдены, верно.

-

**Пример 1.9** Определить опорные реакции балки, показанной на рис 1.10а



а



б

Рис 1.10

**Решение:**

1 Освобождаемся от опор и заменяем их действие реакциями опор. Левая опора – шарнирно-неподвижная, в ней возникают две реакции  $R_{AY}$  и  $R_{AX}$ . Правая опора – шарнирно-подвижная, в ней возникает одна реакция – вертикальная  $R_B$  (рис 1.10б).

2 Определим плечо силы  $F_1$  относительно опоры А.. Для этого из треугольника ADE определим плечо силы  $F_1$ :

$$h_A = (a + e) \cos 40^\circ = (1,5 + 2,0) \cos 40^\circ = 3,5 \cdot 0,766 = 2,681 \text{ м}$$

Плечо силы  $F_1$  относительно опоры В определим из треугольника BDG:

$$h_B = c \cdot \cos 40^\circ = 2,5 \cdot 0,766 = 1,915 \text{ м}$$

3 Составим уравнения равновесия.

Первое уравнение

$$\sum M_A = -M + F_1 h_A + q_2(c+d) \left( a + e + \frac{c+d}{2} \right) - R_B(a+e+c) - F_2(a+e+c+d) = 0$$

или

$$-25 + 70 \cdot 2,68 + 20 \cdot 3,5 \cdot 5,25 - R_B \cdot 6 - 15 \cdot 7 = 0$$

откуда

$$R_B = \frac{-25 + 70 \cdot 2,68 + 20 \cdot 3,5 \cdot 5,25 - 15 \cdot 7}{6} = \frac{427,6}{6} = 70,68 \text{ кН}$$

Второе уравнение

$$\sum M_B = -M + R_{AY}(a+e+c) - q_1(a+a)(a+e+c) - F_1 h_B - q_2(c+d) \left( \frac{c+d}{2} - d \right) - F_2 d = 0$$

или

$$-25 + R_{AY} \cdot 6 - 10 \cdot 3 \cdot 6 - 70 \cdot 12 \cdot 3,5 \cdot 0,75 - 15 \cdot 7 = 0$$

откуда

$$R_{AY} = \frac{-25 + 10 \cdot 3 \cdot 6 - 70 \cdot 12 \cdot 3,5 \cdot 0,75 - 15 \cdot 7}{6} = \frac{408,3}{6} = 67,76 \text{ кН}$$

Третье уравнение

$$R_{AX} + F_1 \cos 50^\circ = 0$$

откуда

$$R_{AX} = -F_1 \cos 50^\circ = -70 \cdot 0,643 = -45,01 \text{ кН}$$

Знак «минус» означает, что  $R_{AX}$  направлена в сторону, противоположную показанной на рис. 1.10, б.

4 Выполним проверку:

$$\sum Y = R_{AY} - q_1 2a - F_1 \cos 40^\circ - q_2(c+d) + R_B + F_2 = 0$$

или

$$67,76 - 10 \cdot 3 - 70 \cdot 0,766 - 20 \cdot 3,5 + 70,68 + 15 = 0$$

$$153,62 - 153,62 = 0$$

**Ответ:**  $R_{AY} = 67,76$  кН;  $R_B = 70,68$  кН;  $R_{AX} = -45,01$  кН.

Далее рассмотрим решение задачи по теме «Пространственная система произвольно расположенных сил»

### Последовательность решения задачи:

1 Изобразить на рисунке тело, равновесие которого рассматривается, с действующими на него активными силами и реакциями опор и выбрать систему осей координат.

2 Из условия равновесия вала, имеющего неподвижную ось, определить значение силы  $F_2$ , после чего вычислить значение силы  $F_{r2}$ .

3 Составить шесть уравнений равновесия:

$$\sum X_i = 0; \tag{1.6}$$

$$\sum Y_i = 0; \tag{1.7}$$



$$(1.8) \quad \Sigma Z_i = 0;$$

$$\Sigma M_x(F_i) = 0; \quad (1.9)$$

$$\Sigma M_y(F_i) = 0; \quad (1.10)$$

$$\Sigma M_z(F_i) = 0; \quad (1.11)$$

4 Решить уравнения и определить реакции опор.

5 Проверить правильность решения задачи.

- **Пример 1.10** На вал (рис 1.11) жестко насажены шкив 1 и колесо 2. Определить силы  $F_2$ ,  $F_{r2} = 0,4F_2$ , а также реакции опор А и В, если  $F_1 = 100$  Н.

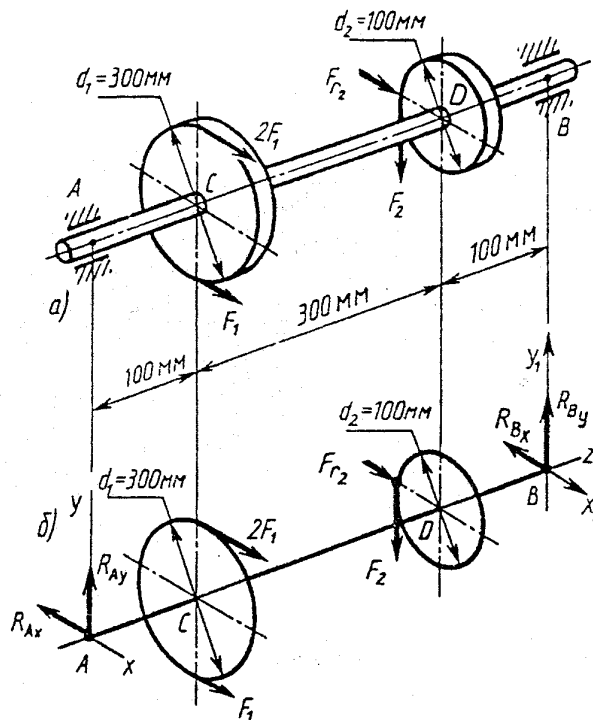


Рис 1.11

### Решение:

1 Изображаем вал со всеми действующими на него силами, а также оси координат (рис 1.11б).

2 Определяем  $F_2$  и  $F_{r2}$ .

3 Составляем шесть уравнений равновесия:

$$\Sigma M_{xA} = -R_{By} AB + F_2 AD = 0;$$

$$\Sigma M_{yA} = 3F_1 AC + F_{r2} AD - R_{Bx} AB = 0;$$

$$\Sigma M_{xB} = R_{Ay} AB - F_2 DB = 0;$$

$$\Sigma M_{yB} = R_{Ax} AB - 3F_1 CB - F_{r2} DB = 0;$$

$$\Sigma X_i = 3F_1 - F_{r2} - R_{Ax} - R_{Bx} = 0;$$

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_2 + R_{By} = 0.$$

4 Решаем уравнения и определяем реакции опор:

$$\text{Из (1): } R_{By} = \frac{F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{300 \cdot 0,4}{0,5} = 240H$$

$$\text{Из (2): } R_{Bx} = \frac{3F_1 \cdot AC + F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 0,1 + 120 \cdot 0,4}{0,5} = 156H$$

$$\text{Из (3): } R_{Ay} = \frac{F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{300 \cdot 0,1}{0,5} = 60H$$

$$\text{Из (4) } R_{Ax} = \frac{3F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{3 \cdot 100 \cdot 0,4 + 120 \cdot 0,1}{0,5} = 264H$$

5 Проверяем правильность найденных реакций опор.

$$\Sigma X_i = 3F_1 + F_{r2} - R_{Ax} - R_{Bx} = 300 + 120 - 264 - 156 = 0,$$

следовательно, реакции  $R_{Ax}$ , и  $R_{Bx}$ , определены верно.

$$\Sigma Y_i = R_{Ay} - F_2 + R_{By} = 60 - 300 + 240 = 0,$$

следовательно, реакции  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$  определены верно

## Задачи для самостоятельного решения

### Задача 1.1 (рис 1.12)

Вариант №	Схема на рис 1.12	$F_1$ , кН	$F_2$ , кН
-----------	----------------------	------------	------------

Определить реакции стержней кронштейна. Кронштейн удерживает в равновесии грузы  $F_1$  и  $F_2$  или  $F_1$  и растянутую пружину, сила упругости которой  $F_2$ . Весом частей конструкции, а также трением на блоки пренебречь.

1	1	15	5
2	2	5	9
3	3	11	7
4	4	13	7
5	5	7	3
6	6	11	5
7	7	3	7
8	8	15	3
9	9	3	9
10	10	3	9
11	1	20	6
12	2	4	10
13	3	12	6
14	4	16	8
15	5	10	4
16	6	14	4
17	7	2	8
18	8	18	4
19	9	4	12
20	10	6	16
21	1	15	5
22	2	5	9
23	3	11	7
24	4	13	7
25	5	7	3
26	6	11	5
27	7	3	7
28	8	15	3
29	9	3	9
30	10	3	9

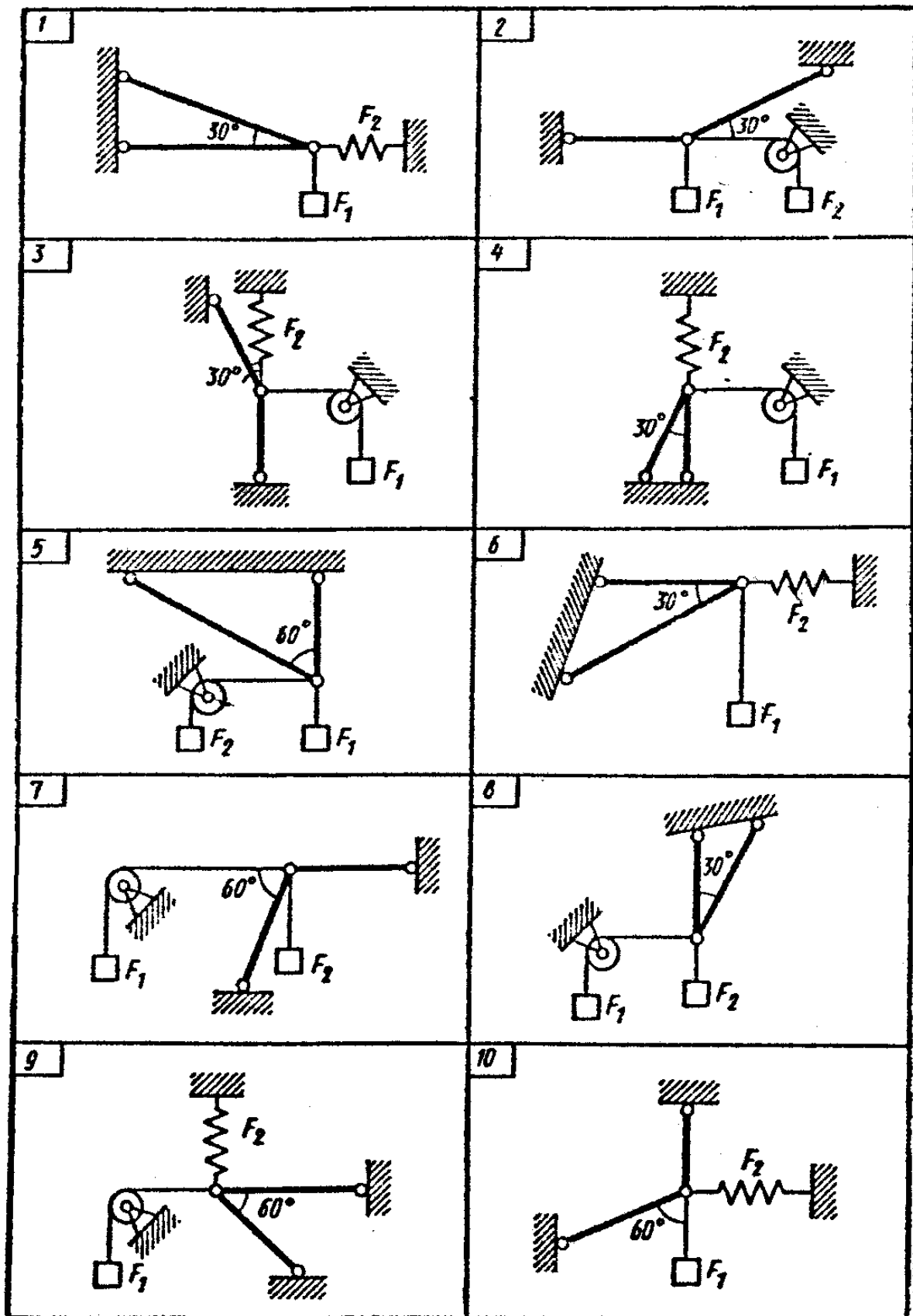


Рис 1.12

### Задача 1.2 (рис 1.13)

Определить реакции стержней, удерживающих грузы  $F_1$  и  $F_2$ . Массой стержня можно пренебречь.

Вариант №	Схема на рис 1.13	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$
1	1	0,4	0,5
2	2	0,3	0,8
3	3	0,6	0,4
4	4	0,2	0,5
5	5	0,5	0,8
6	6	0,8	0,4
7	7	0,4	0,2
8	8	1,2	0,8
9	9	0,8	1,0
10	10	0,9	0,6
11	1	0,4	0,5
12	2	0,3	0,8
13	3	0,6	0,4
14	4	0,2	0,5
15	5	0,5	0,8
16	6	0,8	0,4
17	7	0,4	0,2
18	8	1,2	0,8
19	9	0,8	1,0
20	10	0,9	0,6
21	1	0,4	0,5
22	2	0,3	0,8
23	3	0,6	0,4
24	4	0,2	0,5
25	5	0,5	0,8
26	6	0,8	0,4
27	7	0,4	0,2
28	8	1,2	0,8
29	9	0,8	1,0
30	10	0,9	0,6

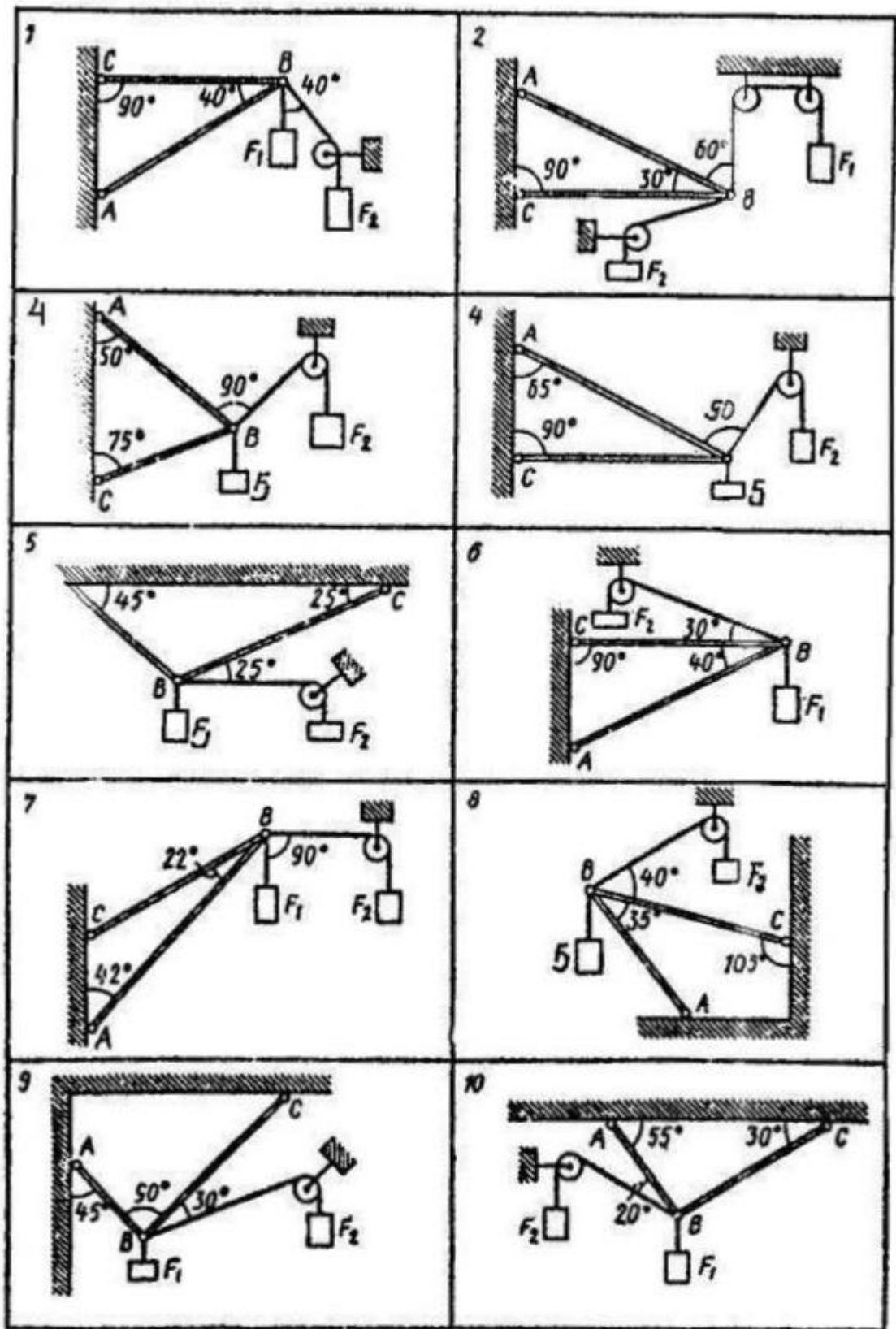


Рис 1.13

### Задача 1.3 (рис 1.14)

Определить величину и направление реакции связей по данным одного из вариантов, показанных на рис 1.14

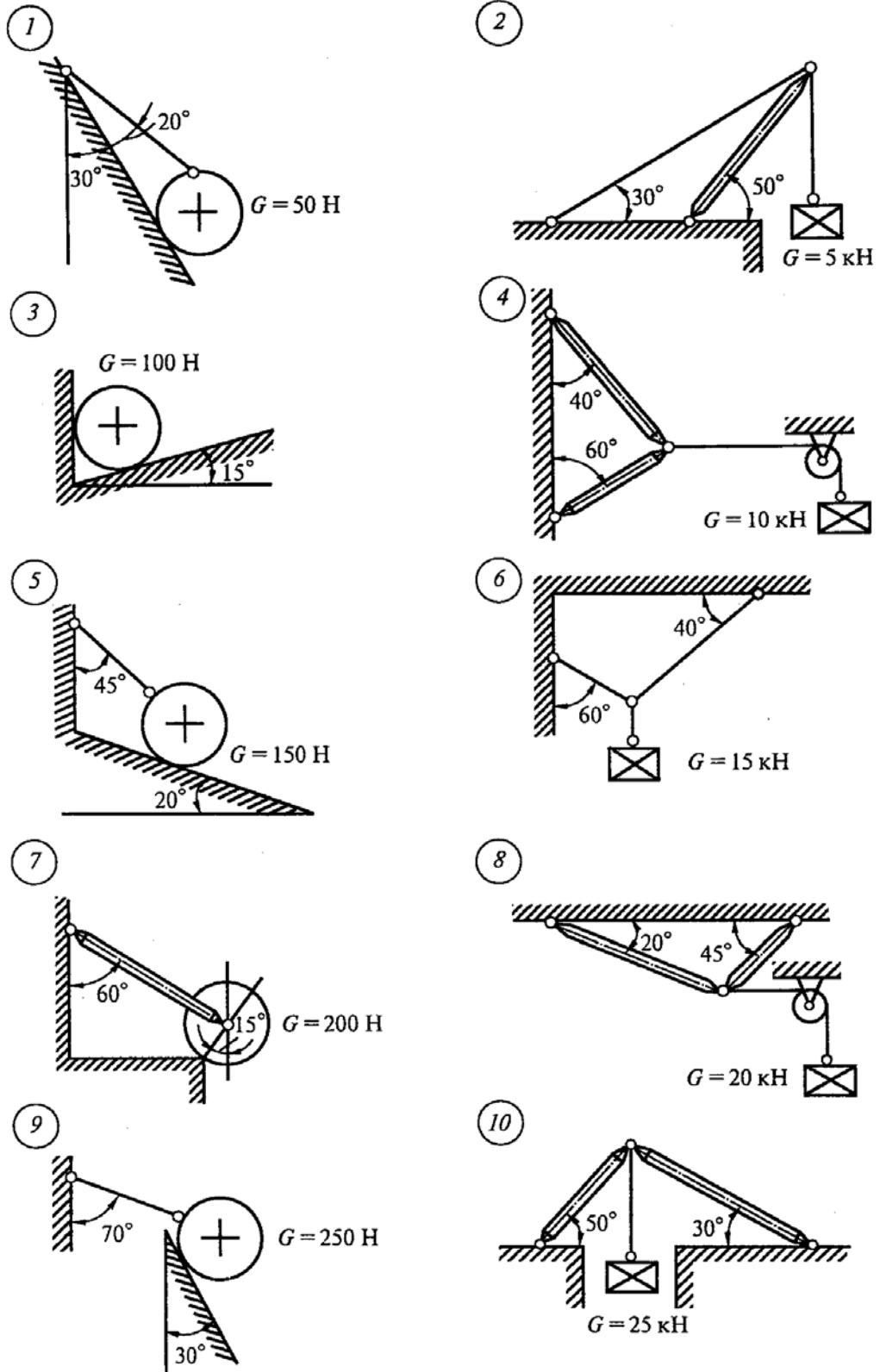


Рис 1.14



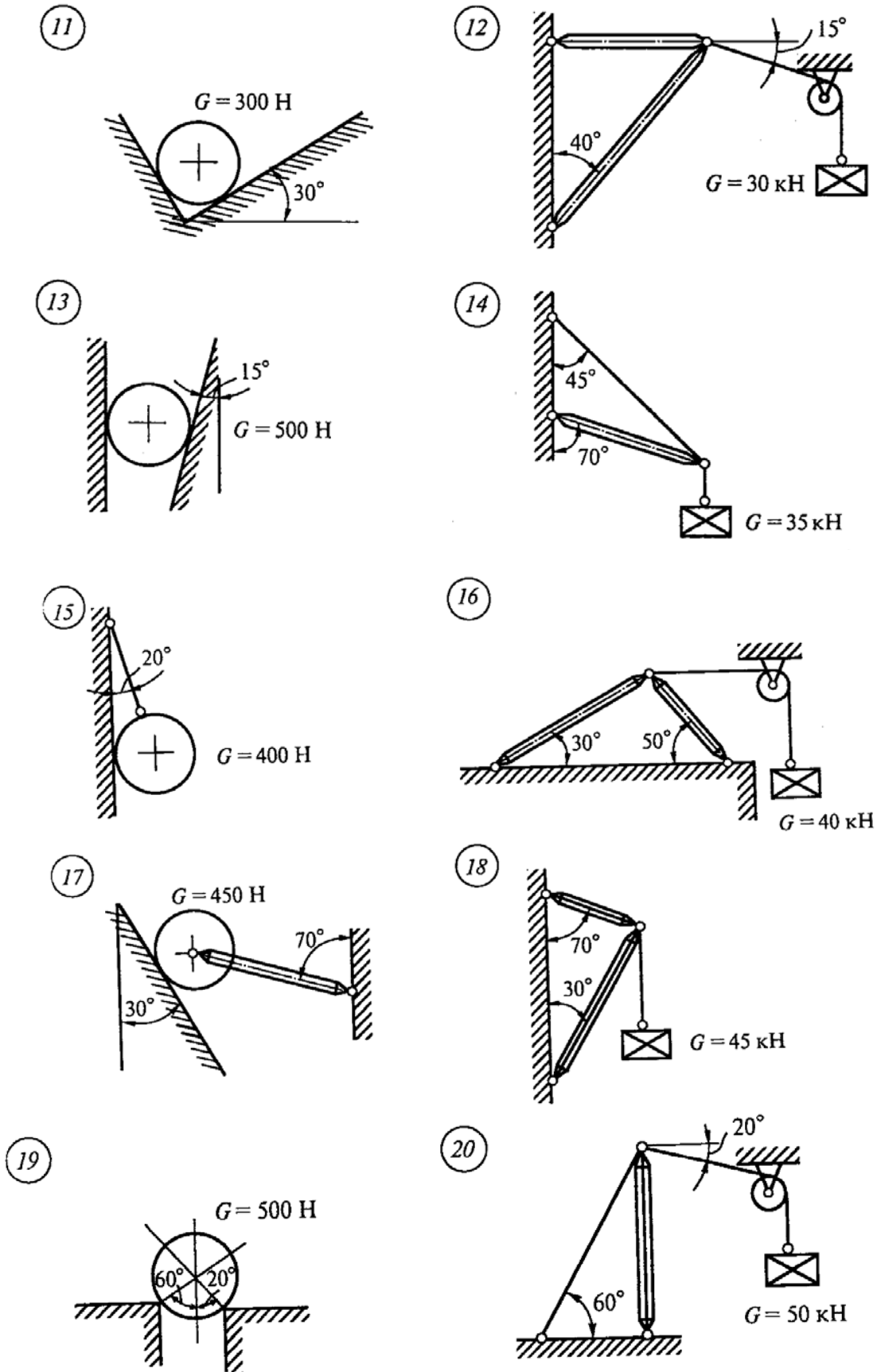


Рис 1.14 Продолжение

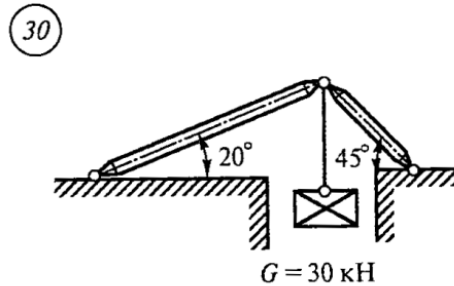
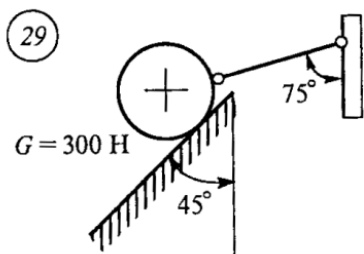
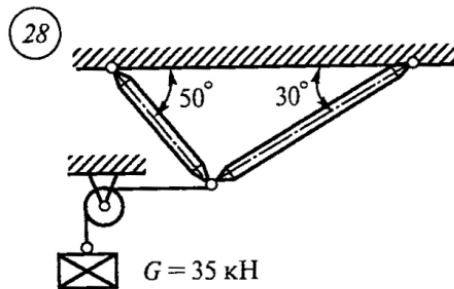
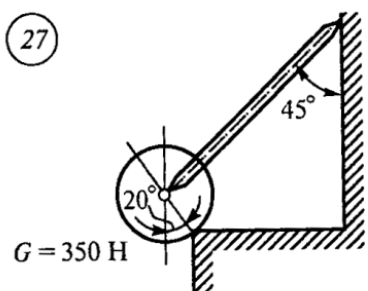
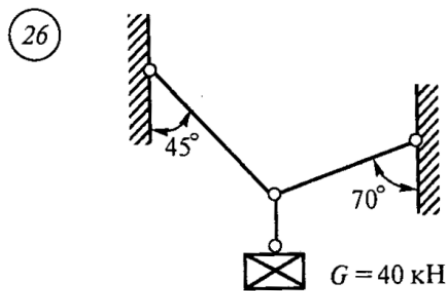
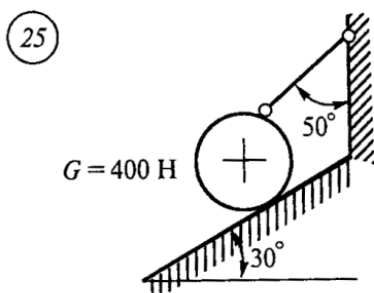
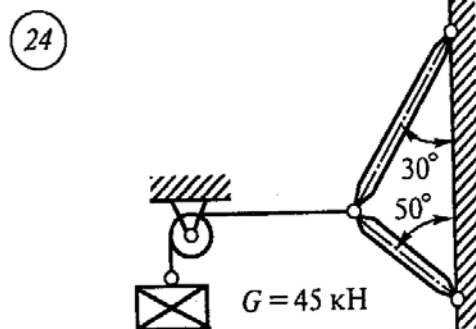
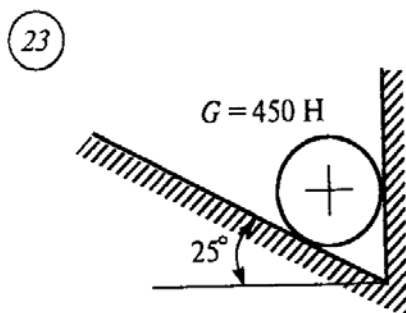
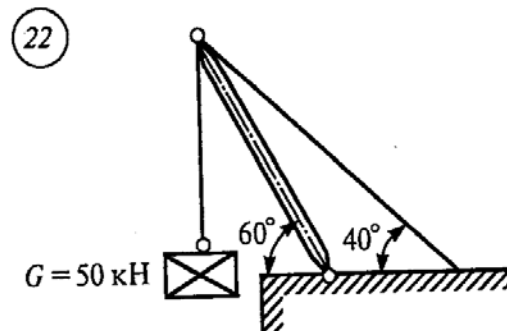
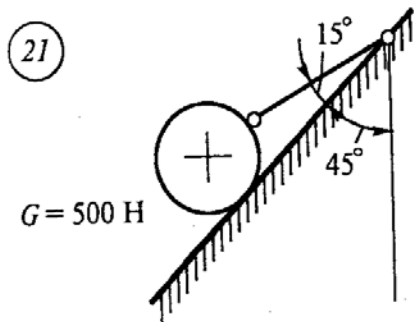
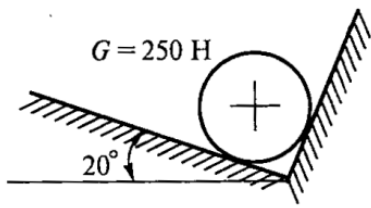
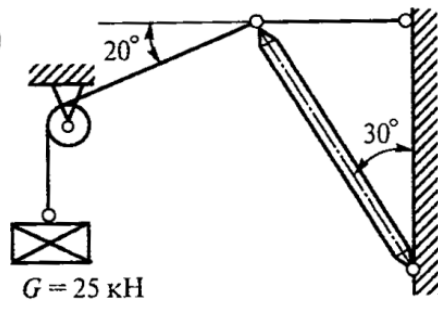


Рис 1.14 Продолжение

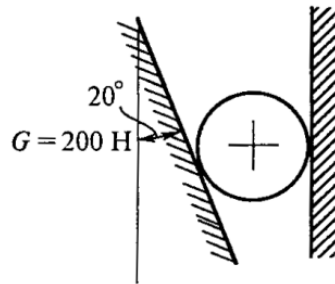
31



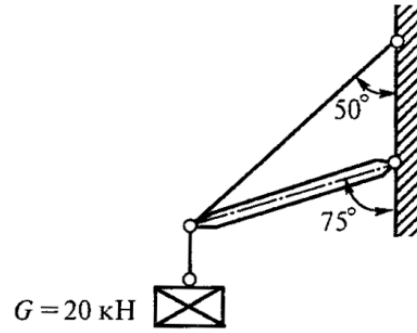
32



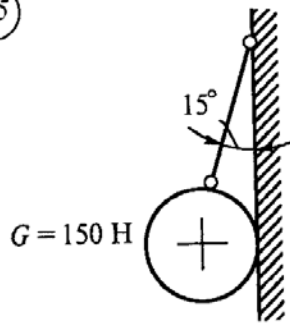
33



34



35



36

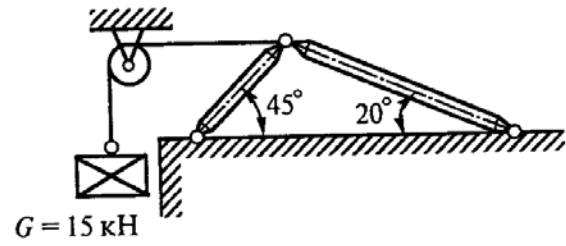


Рис 1.14 Продолжение

### Задача 1.4 (рис 1.15)

Определить реакции опор двухопорной балки (рис 1.15). Данные своего варианта взять из таблицы.

Вариант №	Схема на рис 1.15	$q, \text{Н/м}$	$F, \text{Н}$	$M, \text{Н}\cdot\text{м}$
1	2	1	60	54
2	3	5	80	25
3	4	4	10	8
4	5	5	50	35
5	6	8	12	20
6	7	2	50	35
7	8	4	18	15
8	9	4	15	2
9	10	4	50	10
10	10	6	65	8
11	1	2	25	20
12	2	4,5	20	85
13	3	2,5	15	10
14	4	1	12	10
15	5	4,5	35	30
16	6	3,5	10	45
17	7	4	10	5
18	8	6,5	24	20
19	9	1,5	40	15
20	9	1	20	18
21	10	2	80	100
22	1	10	16	14
23	2	2	15	40
24	3	4	30	20
25	4	12	16	15
26	5	8	25	20
27	6	0,5	8	10
28	7	6	12	8
29	8	10	16	12
30	8	2,5	20	25

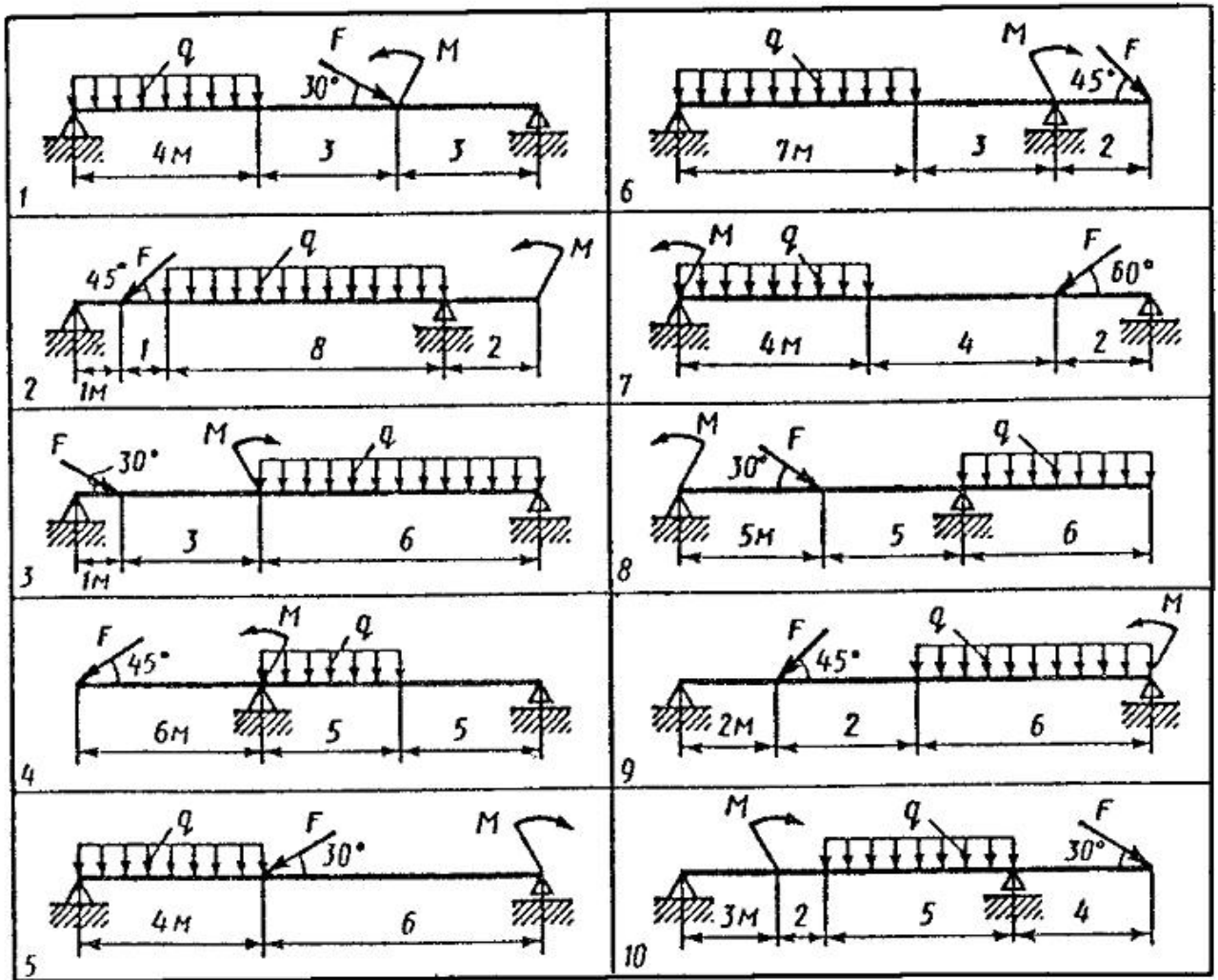


Рис 1.15

### Задача 1.5 (рис 1.16)

Горизонтальная балка, нагруженная силой  $F$  и парой с моментом  $M$ , удерживается в равновесии шарнирно – неподвижной опорой и стержнем. Определить реакции опоры и реакцию стержня. Весом можно пренебречь.

Вариант №	Схема на рис 1.16	$F$ , кН	$M$ , кН·м	$l_1$ , м	$l_2$ , м
1	1	11	17	1,5	0,5
2	2	13	9	0,9	1,1
3	3	9	11	0,9	1,5
4	4	5	13	1,1	0,9
5	5	5	21	1,3	1,5
6	6	13	31	1,1	0,7
7	7	11	7	0,7	1,3
8	8	9	13	1,1	0,5
9	9	3	15	0,9	1,3
10	10	3	15	0,7	1,1
11	1	8	12	0,4	0,8
12	2	8	18	0,4	0,6
13	3	4	14	0,6	1,4
14	4	12	8	0,6	1,4
15	5	12	8	0,6	1,2
16	6	6	20	0,8	0,6
17	7	6	16	1,4	0,8
18	8	4	12	0,6	1,2
19	9	10	20	1,2	0,8
20	10	10	6	1,2	0,8
21	1	11	17	1,5	0,5
22	2	13	9	0,9	1,1
23	3	9	11	0,9	1,1
24	4	5	13	1,1	0,9
25	5	5	21	1,3	1,5
26	6	13	31	1,1	0,7
27	7	11	7	0,7	1,3
28	8	9	13	1,1	0,5
29	9	3	15	0,9	1,3
30	10	3	15	0,7	1,1

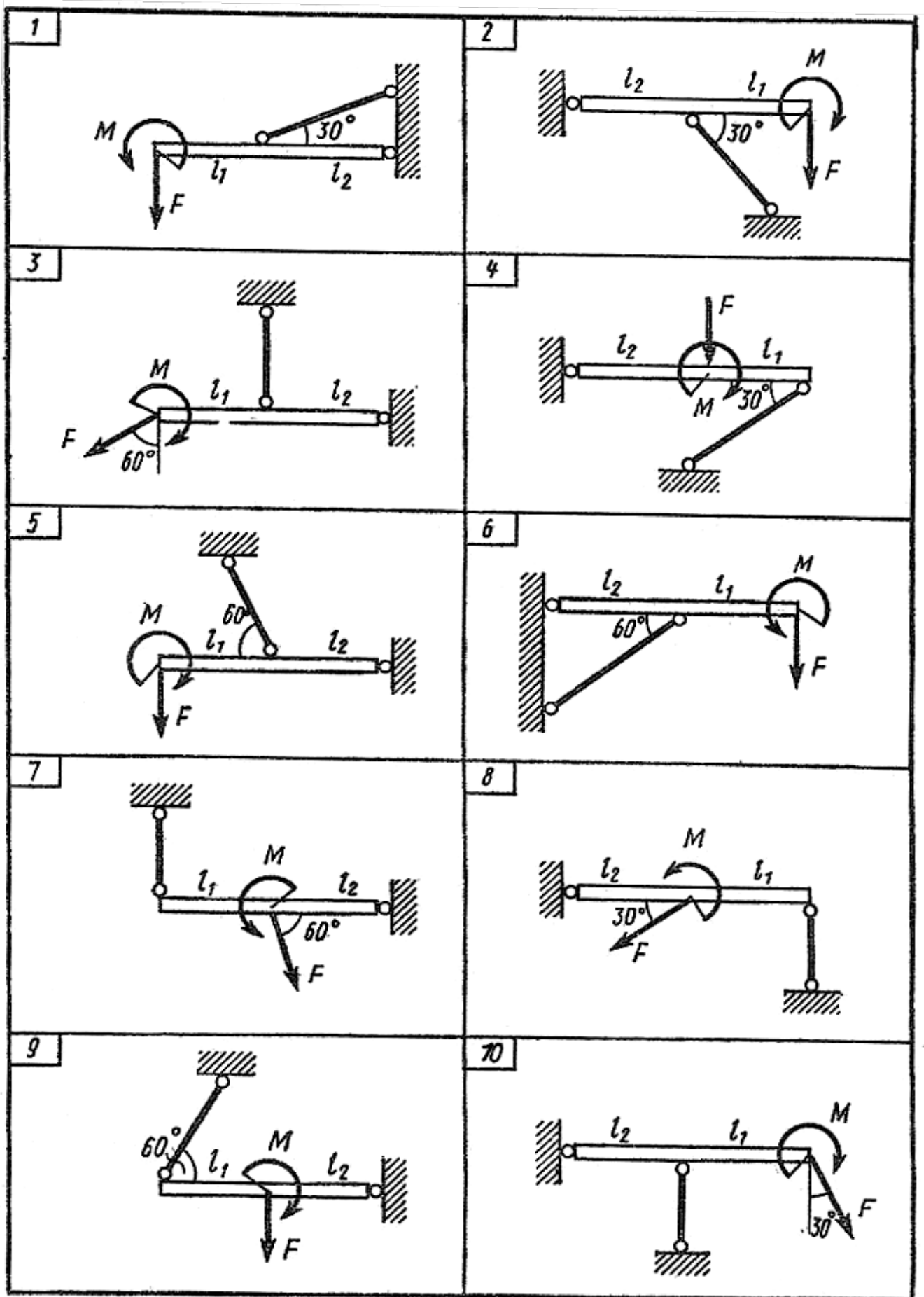


Рис 1.16

### Задача 1.6 (рис 1.17)

Определить реакции шарнирно – подвижной и шарнирно – неподвижной опор балки, нагруженной силой  $F$  и парой сил с моментом  $M$ . Весом балки пренебречь.

Вариант №	Схема на рис 1.17	$F, \text{kH}$	$M, \text{kH}\cdot\text{м}$	$l_1, \text{м}$	$l_2, \text{м}$	$l_3, \text{м}$
1	1	3	7	0,3	0,5	0,7
2	2	5	9	0,5	0,7	0,5
3	3	7	11	0,7	0,7	0,5
4	4	9	5	0,3	0,3	0,5
5	5	11	13	0,5	0,5	0,7
6	6	7	11	0,7	0,5	0,9
7	7	3	9	0,5	0,7	-
8	8	9	15	0,9	0,3	-
9	9	5	7	0,7	1,1	-
10	10	13	9	0,3	0,9	-
11	1	8	14	0,8	0,6	0,4
12	2	10	8	0,8	0,8	0,4
13	3	12	6	0,4	0,4	0,8
14	4	6	10	0,6	0,8	0,8
15	5	4	12	0,4	0,8	0,6
16	6	12	8	0,4	0,4	0,6
17	7	8	6	0,8	0,4	-
18	8	6	12	1,2	0,6	-
19	9	10	8	0,4	1,4	-
20	10	4	6	0,6	0,8	-
21	1	3	7	0,3	0,5	0,7
22	2	5	9	0,5	0,7	0,5
23	3	7	11	0,7	0,7	0,5
24	4	9	5	0,3	0,3	0,5
25	5	11	13	0,5	0,5	0,7
26	6	7	11	0,7	0,5	0,9
27	7	3	9	0,5	0,7	-
28	8	9	15	0,9	0,3	-
29	9	5	7	0,7	1,1	-
30	10	13	9	0,3	0,9	-



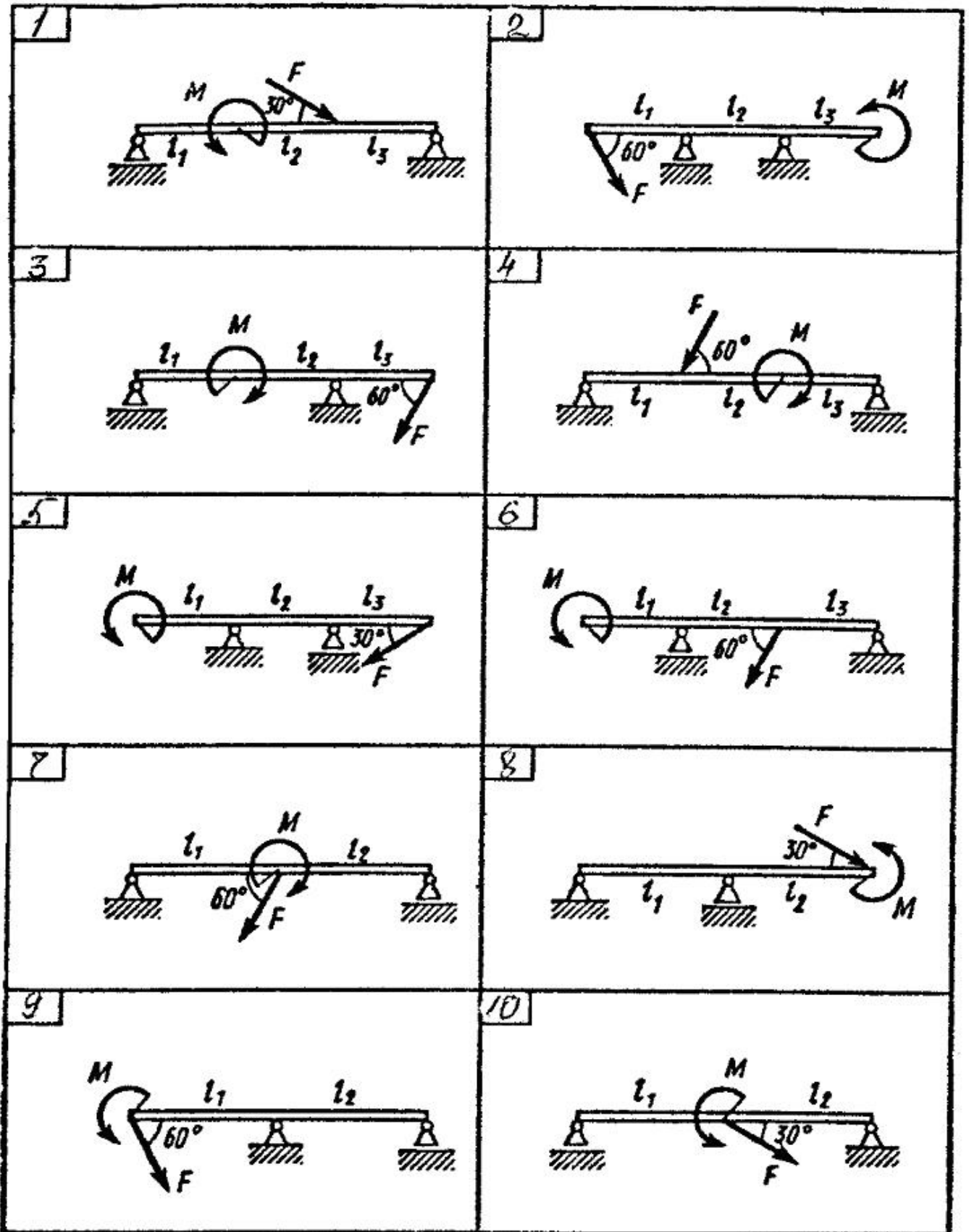


Рис 1.17

### Задача 1.7 (рис 1.18)

Определить реакции опор балки, нагруженной, как показано на рисунке.

Вариант №	Схема на рис 1.18	F, кН	q, кН/м	M, кН·м	$\alpha$ , град	a, м
1	1	4	0,6	8	30	0,4
2	2	6	0,8	12	45	0,2
3	3	2	0,4	6	60	0,6
4	4	10	0,8	8	45	0,4
5	5	12	0,4	10	60	0,6
6	6	8	0,8	6	30	0,4
7	7	2	0,4	2,4	45	0,2
8	8	3	0,6	4	30	0,4
9	9	4	0,4	8	60	0,2
10	10	12	1,2	10	45	0,4
11	1	4	0,6	8	30	0,4
12	2	6	0,8	12	45	0,2
13	3	2	0,4	6	60	0,6
14	4	10	0,8	8	45	0,4
15	5	12	0,4	10	60	0,6
16	6	8	0,8	6	30	0,4
17	7	2	0,4	2,4	45	0,2
18	8	3	0,6	4	30	0,4
19	9	4	0,4	8	60	0,2
20	10	12	1,2	10	45	0,4
21	1	4	0,6	8	30	0,4
22	2	6	0,8	12	45	0,2
23	3	2	0,4	6	60	0,6
24	4	10	0,8	8	45	0,4
25	5	12	0,4	10	60	0,6
26	6	8	0,8	6	30	0,4
27	7	2	0,4	2,4	45	0,2
28	8	3	0,6	4	30	0,4
29	9	4	0,4	8	60	0,2
30	10	12	1,2	10	45	0,4

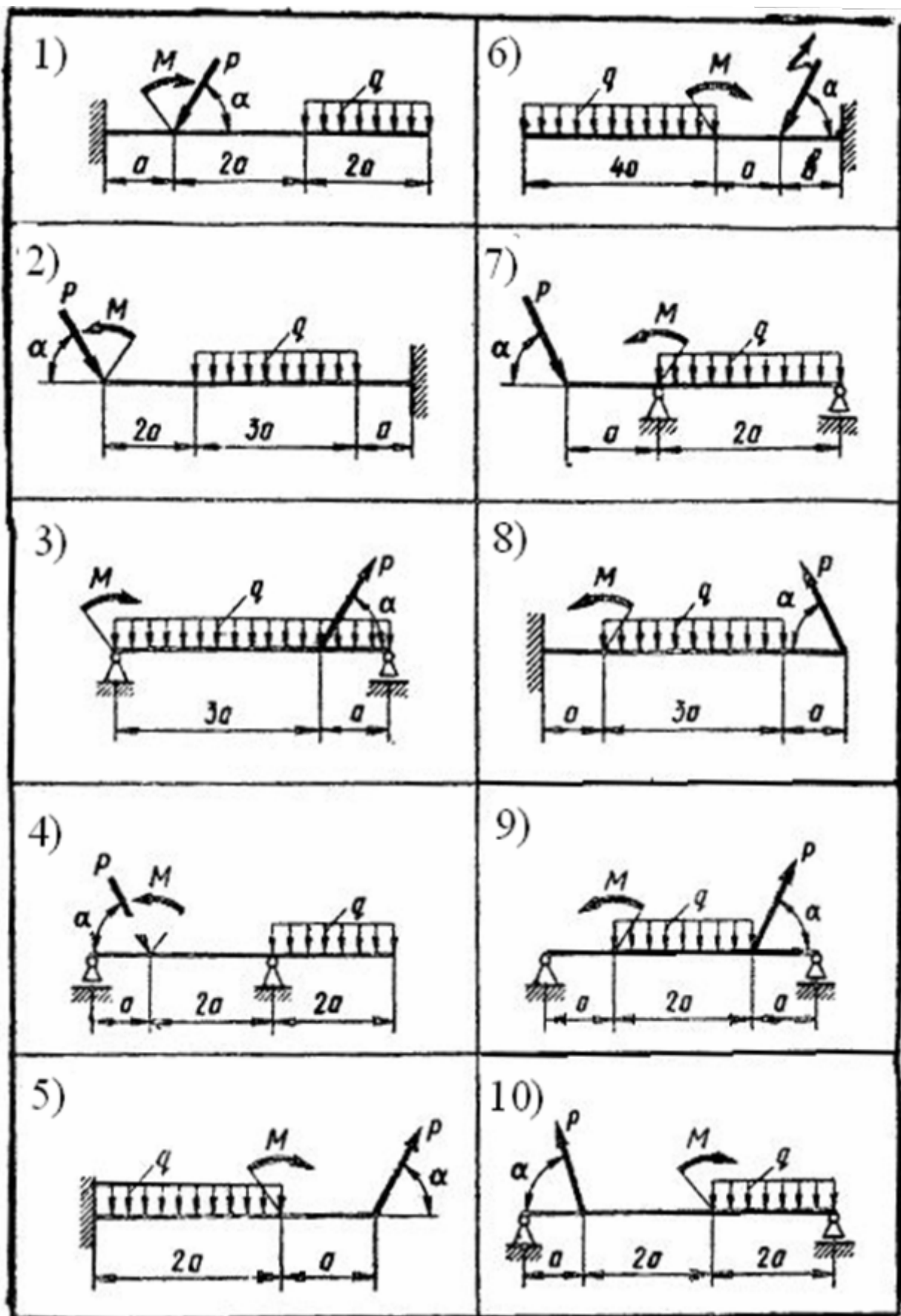


Рис 1.18

### Задача 1.8 (рис 1.19)

Определить опорные реакции балки на двух опорах по данным одного из вариантов, показанных на рис 1.19. Проверить правильность решения.

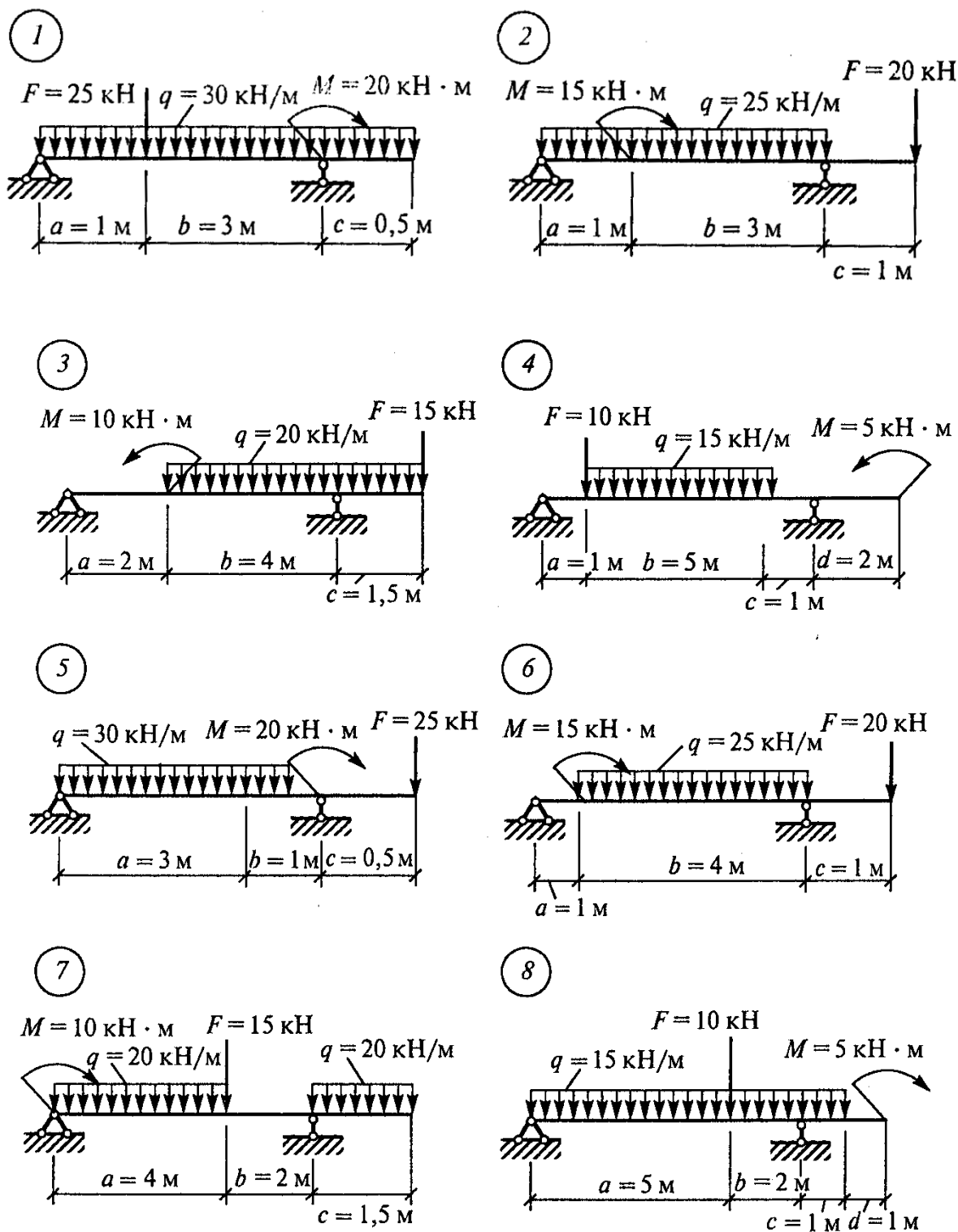


Рис 1.19

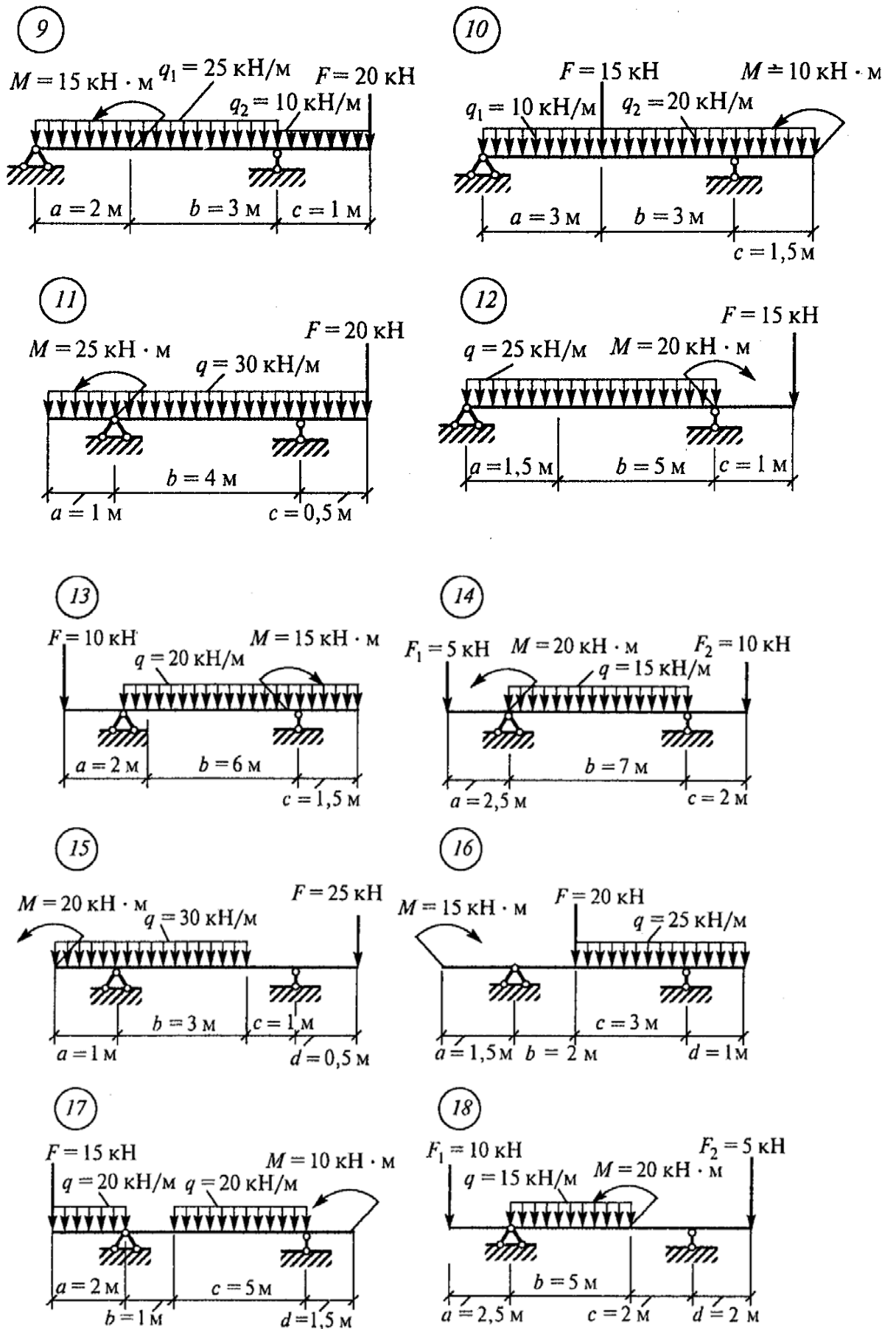
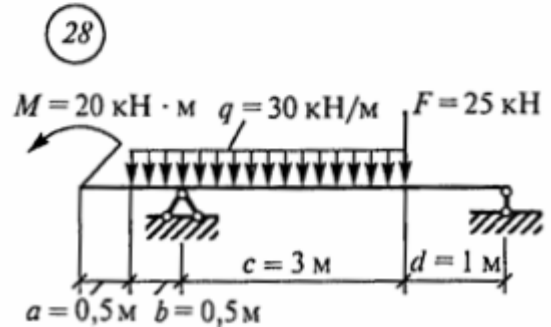
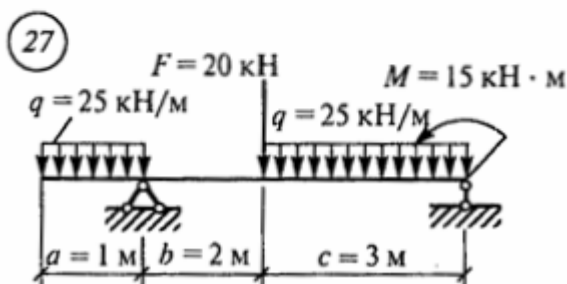
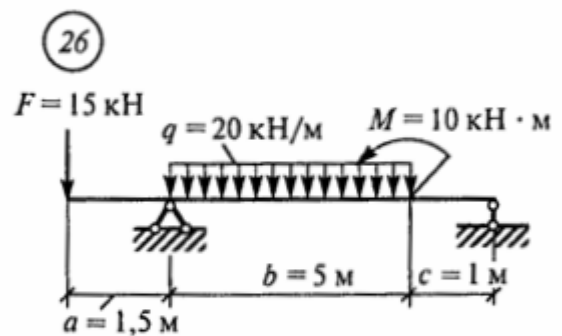
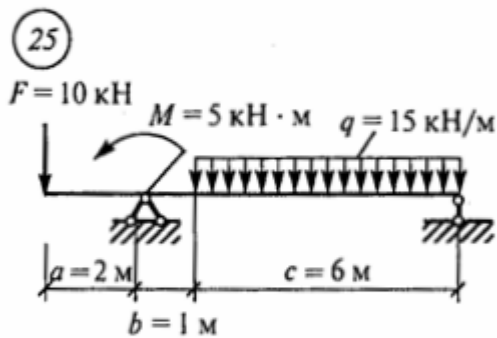
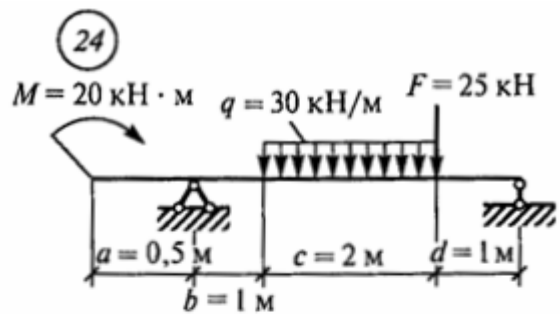
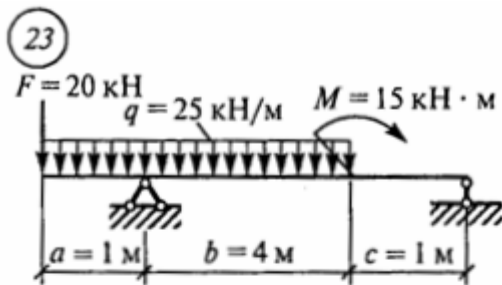
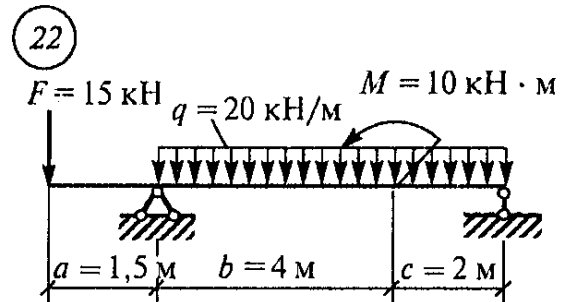
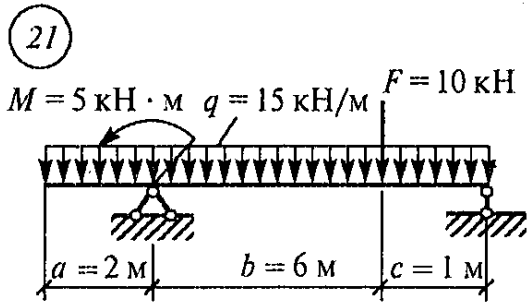
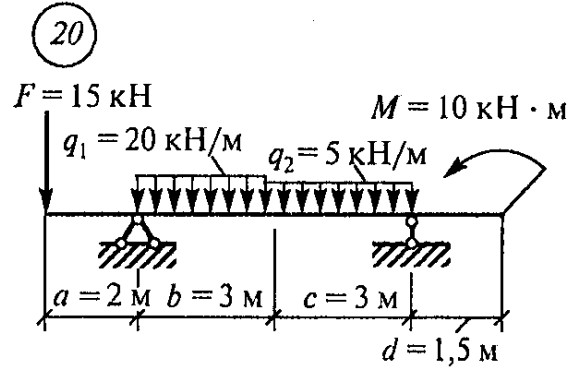
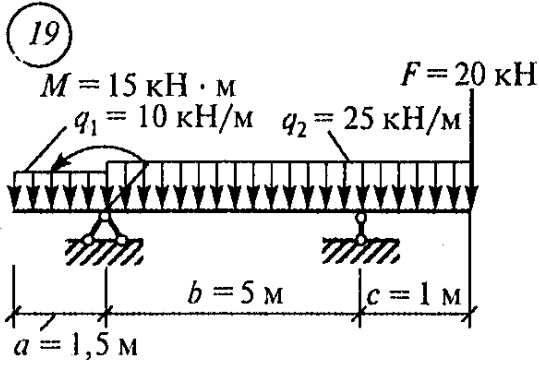


Рис 1.19 Продолжение



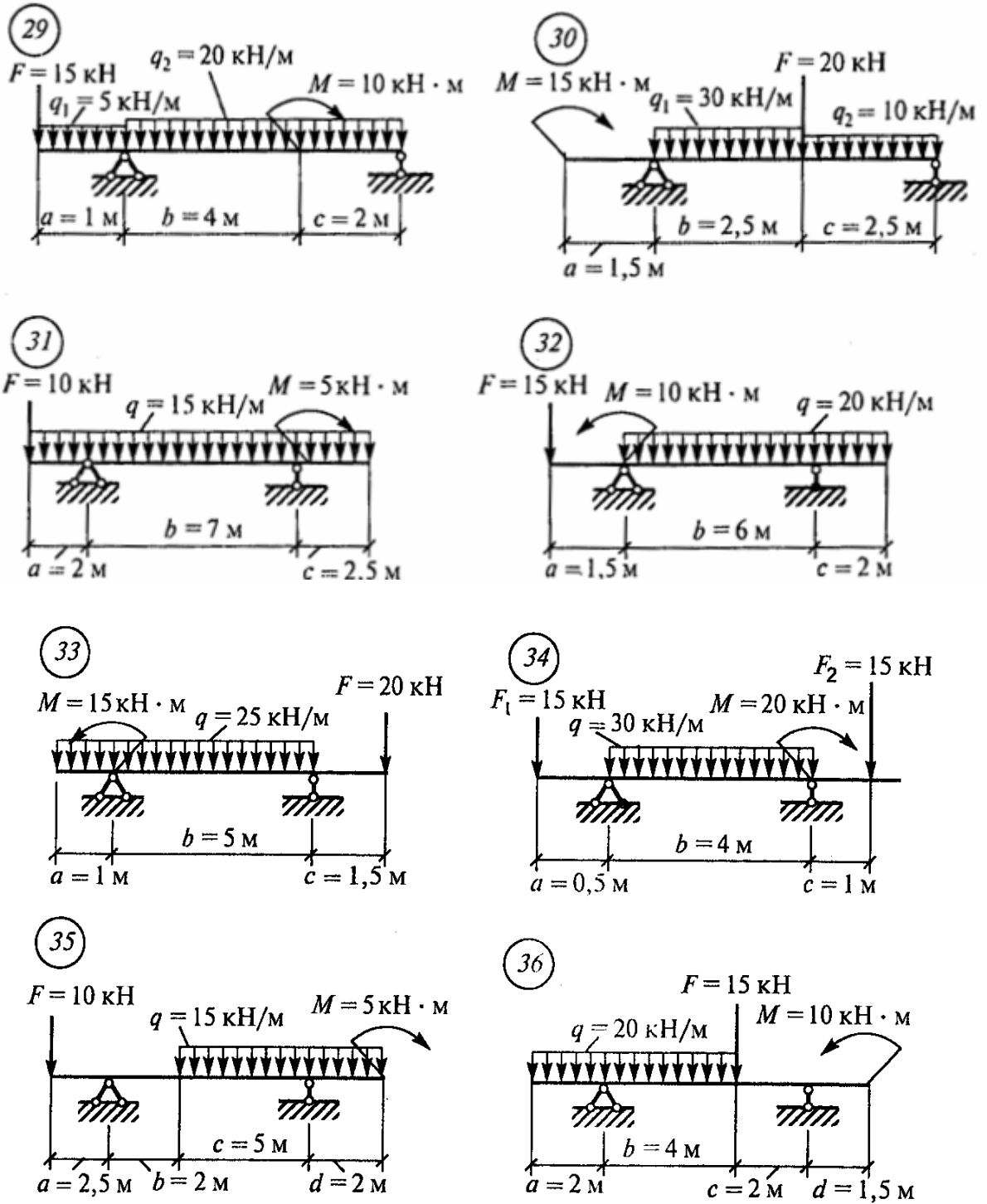


Рис 1.19 Продолжение

### Задача 1.9 (рис 1.20)

Определить опорные реакции балки на двух опорах по данным одного из вариантов, показанных на рис 1.20. Проверить правильность решения.

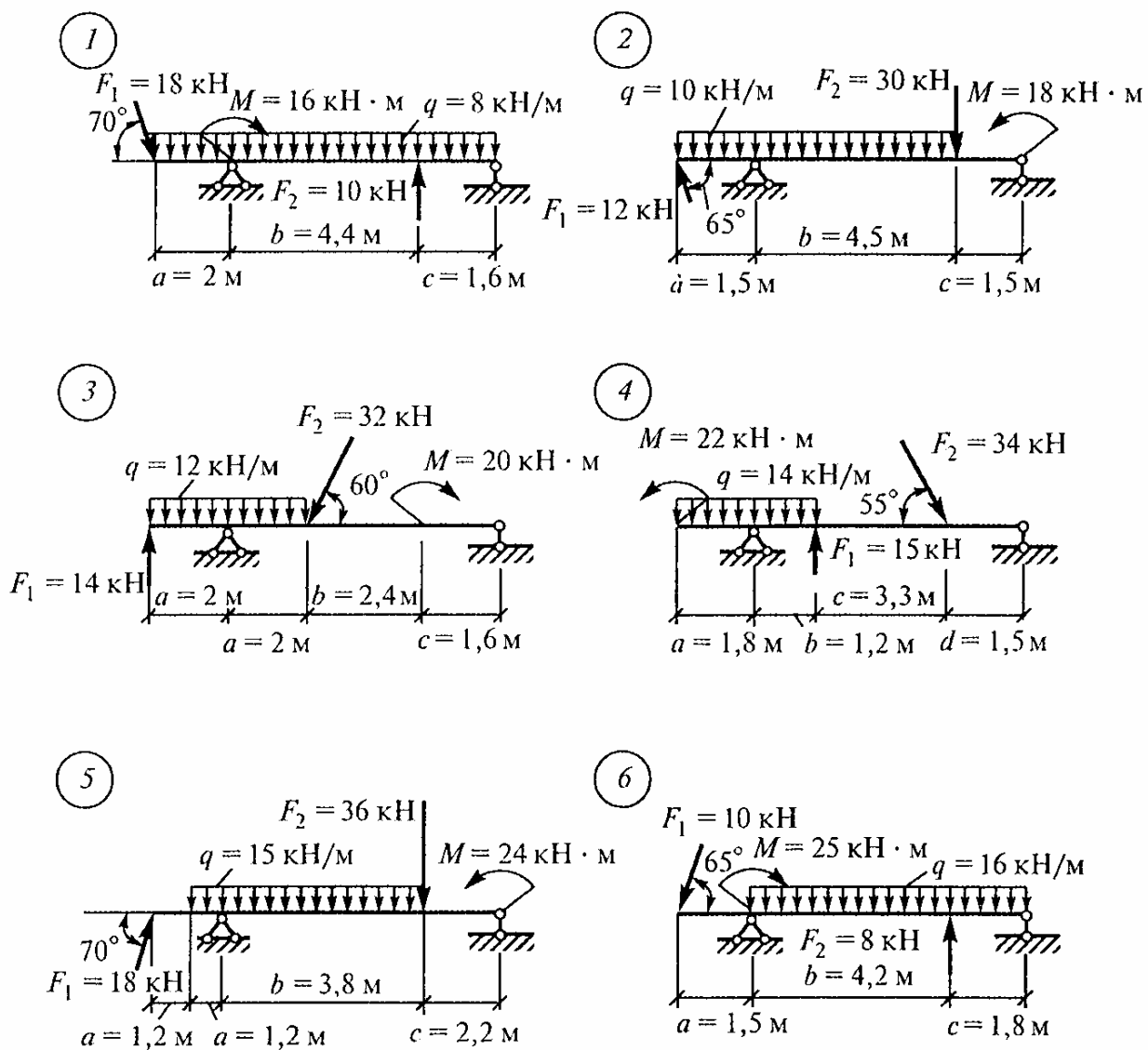


Рис 1.20



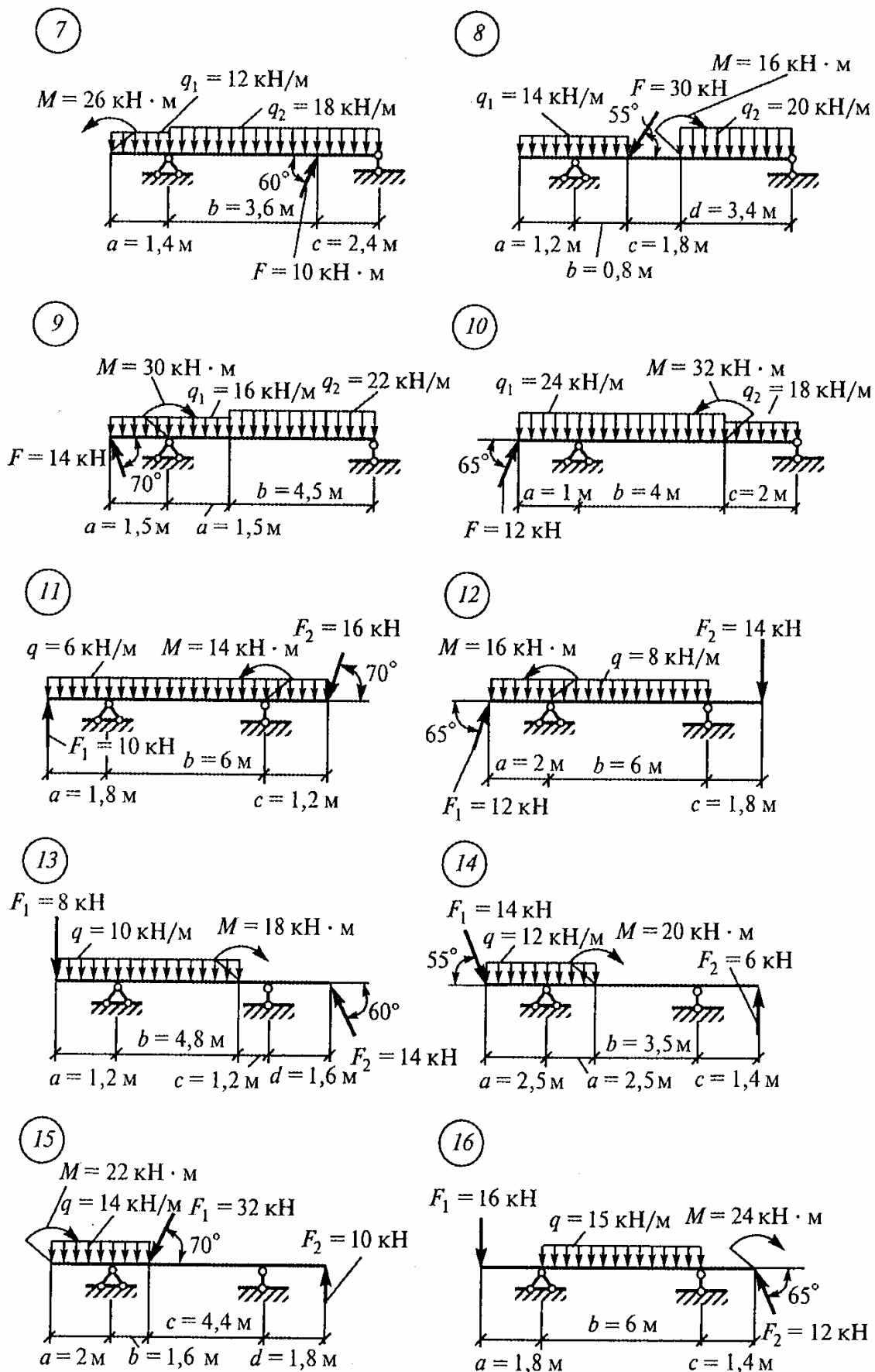


Рис 1.20 Продолжение

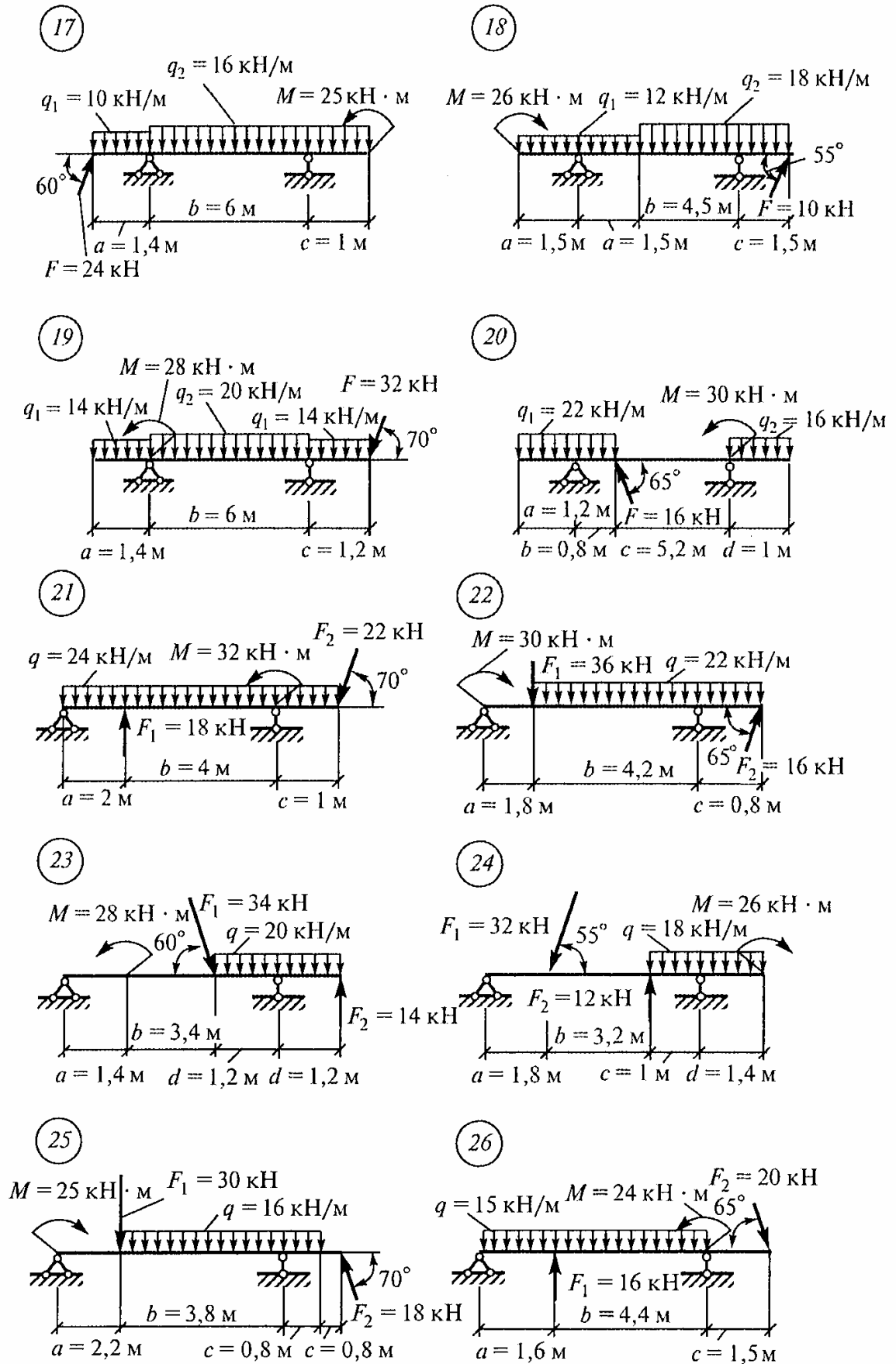


Рис 1.20 Продолжение

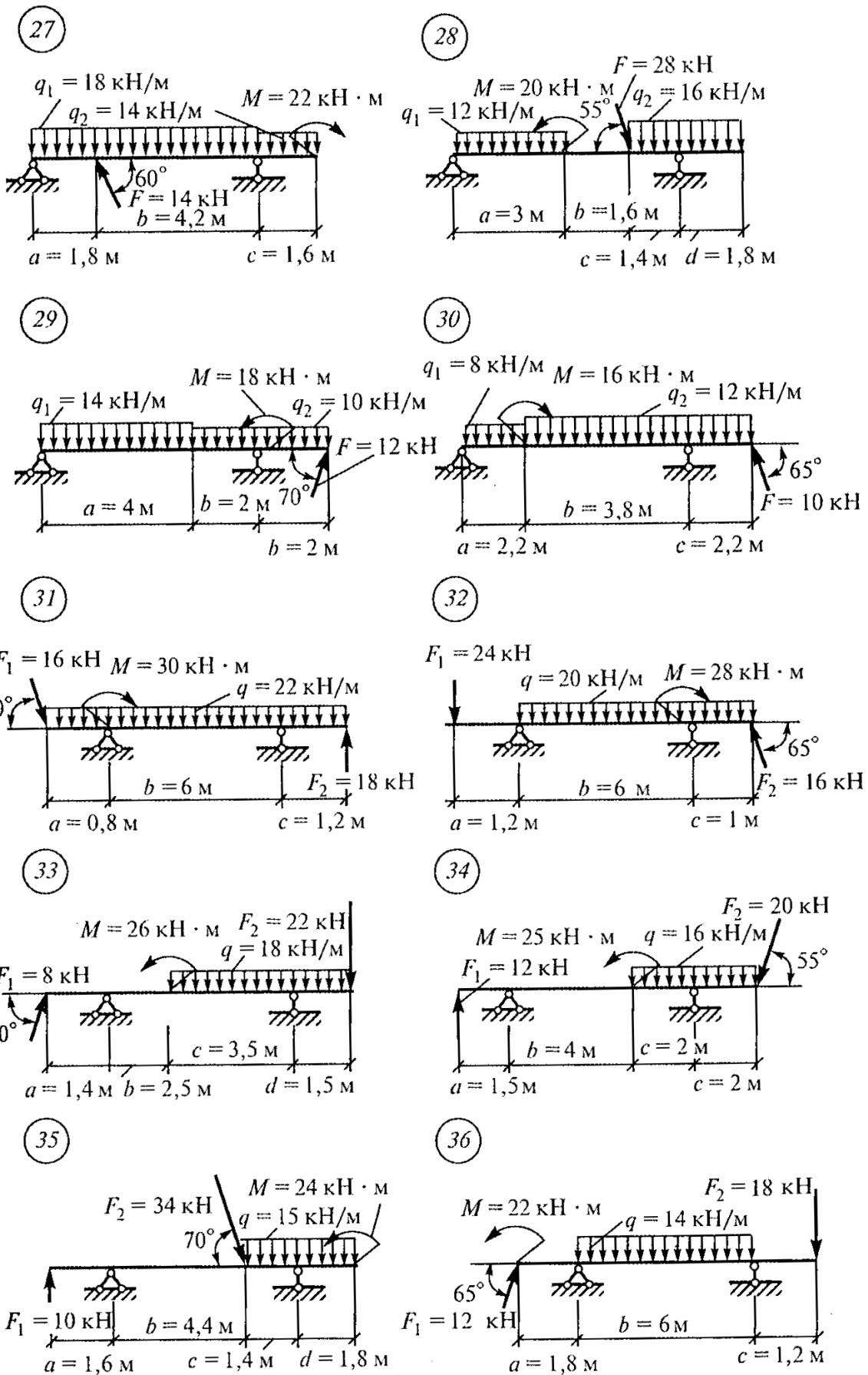
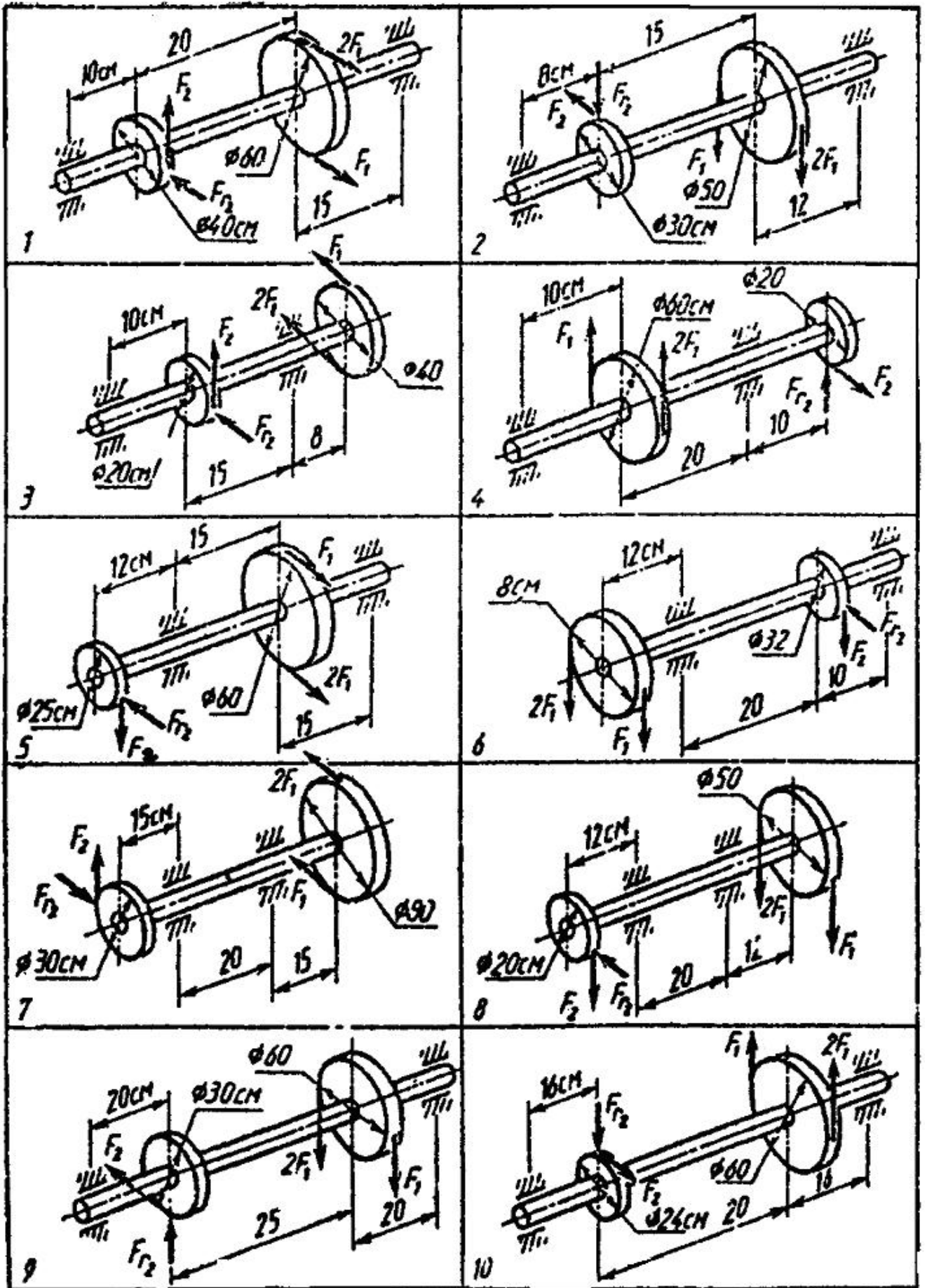


Рис 1.20 Продолжение

### Задача 1.10 (рис 1.21)

На вал жёстко насажены шкив и колесо, нагруженные. Определить силы  $F_2$  ,  $F_{r2}=0,4F_2$  , а также реакции опор, если значение силы  $F_1$  задано.

Вариант №	Схема на рис 1.21	$F_1$ , Н
1	2	1670
2	3	825
3	4	750
4	5	3650
5	6	280
6	7	1140
7	8	400
8	9	1315
9	10	590
10	9	2380
11	10	1000
12	1	667
13	2	1250
14	3	850
15	4	1410
16	6	595
17	5	3400
18	7	500
19	8	1600
20	7	3620
21	8	1810
22	9	3420
23	10	1200
24	1	834
25	2	2200
26	3	720
27	4	1780
28	5	2320
29	6	1000
30	10	5820



## Практическая работы № 2: «Определение положения центра тяжести»

К решению практической работы №2 следует приступать после изучения темы «Центр тяжести» и разбора **примеров 2.1 и 2.2**. С целью упрощения решения следует стремиться разбить заданную сложную плоскую фигуру на возможно меньшее число простых частей, применяя в случае необходимости «метод отрицательных площадей».

**Пример 2.1** (рис 2.1) Для заданной плоской фигуры (тонкой однородной пластины) определить положение центра тяжести. Размеры на чертеже даны в сантиметрах.

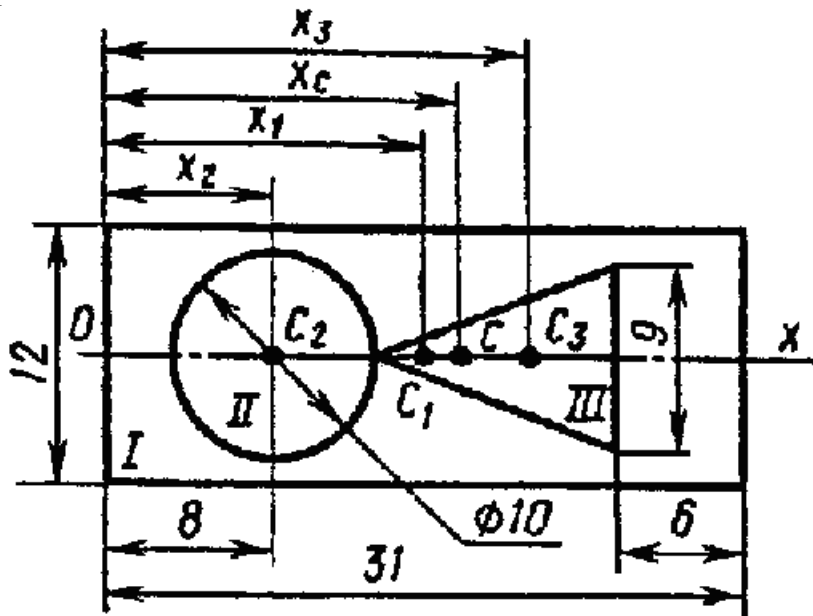


Рис 2.1

**Решение:** Определение положения центра тяжести фигуры означает определение координат ее центра тяжести в выбранной системе координат. Данную сложную фигуру представляем состоящей из трех простых: I - прямоугольника, II - круга и III - треугольника. Площади кругового и треугольного отверстий вводим в расчет со знаком минус, а площадь прямоугольника без учета имеющихся в нем отверстий.

Площади простых фигур:

$$A_1 = 12 \cdot 31 = 372 \text{ см}^2;$$

$$A_2 = -\pi d^2/4 = -3,14 \cdot 10^2/4 = -78,5 \text{ см}^2;$$

$$A_3 = -12 \cdot 9/2 = -54 \text{ см}^2, \text{ где совпадающая с осью симметрии высота треугольника } h = 31 - (8 + 10/2 + 6) = 12 \text{ см.}$$

Фигура имеет ось симметрии, следовательно, ее центр тяжести лежит на этой оси. Совмещаем координатную ось  $x$  с осью симметрии, а начало координат - с левым краем фигуры (чтобы координаты центров тяжести оказались положительными).

Координаты центров тяжести простых фигур:

$$x_1 = 31/2 = 15,5 \text{ см,}$$

$$x_2 = 8 \text{ см,}$$

$$x_3 = 31 - 6 - 12/3 = 21 \text{ см,}$$

где  $12/3$  см - расстояние от центра тяжести треугольника до его основания, равное  $1/3$  высоты.

$$X_c = \frac{A_1 X_1 + A_2 X_2 + A_3 X_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{372 \cdot 15,5 - 78,5 \cdot 8 - 54 \cdot 21}{372 - 78,5 - 54} = 16,7 \text{ см}$$

**Пример 2.2** (рис 2.2) Для заданного сечения, составленного из приваренных друг к другу прокатных профилей, определить положение центра тяжести.

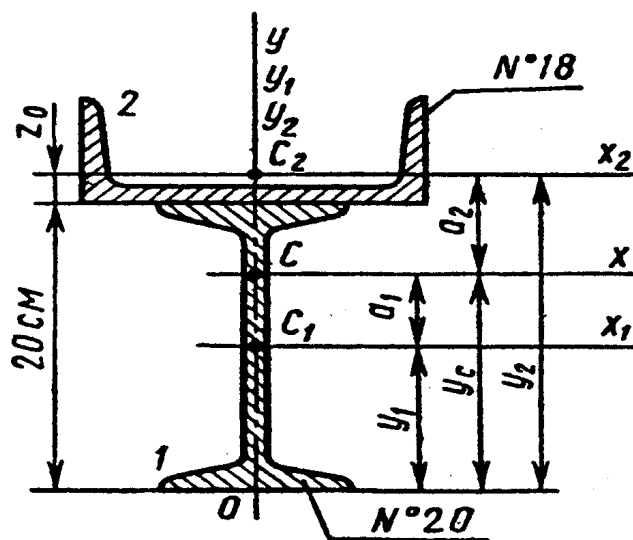


Рис 2.2

**Решение:** Данное сложное сечение представляем состоящим из двух простых частей: 1 - двутавра и 2 - швеллера. Геометрические характеристики (площадь) двутавра и швеллера, а также необходимые их размеры берем из таблиц прокатной стали (соответственно ГОСТ 8239-89 и 8240-97).

Для двутавра №20  $A_1 = 26,8 \text{ см}^2$ ; для швеллера №18  $A_2 = 20,7 \text{ см}^2$ ,  $z_0 = 1,94 \text{ см}$ .

Совмещаем координатную ось  $Y$  с осью симметрии, а начало координат - с нижним краем сечения.

Координата центра тяжести заданного сечения

$$Y_c = \frac{A_1 X_1 + A_2 Y_2}{A_1 + A_2} = \frac{26,8 \cdot 10 + 20,7 \cdot 21,9}{26,8 + 20,7} = 15,2 \text{ см,}$$

где  $y_1 = 20/2 = 10 \text{ см}$ ;  $y_2 = 20 + z_0 = 20 + 1,94 = 21,94 \text{ см}$

### Задача 2.1 (рис 2.3)

Для заданного сечения, составленного из двух прокатных профилей (двутавра, швеллера или равнополочного уголка) и полосы, определить положение центра тяжести.

Вариант №	Схема на рис 2.3	№ профиля	Сечение полосы, мм
1	1	45	25x320
2	2	5	12x100
3	3	9	12x180
4	4	5	9x90
5	5	33	25x660
6	6	6,5	25x72
7	7	27	15x540
8	8	11	15x220
9	9	7	15x150
10	10	33	25x210
11	1	10	14x110
12	2	12	14x240
13	3	4	10x80
14	4	8	14x100
15	5	14	20x280
16	6	18	20x140
17	7	8	14x160
18	8	14	10x280
19	9	10	14x200
20	10	24	16x180
21	1	45	25x320
22	2	5	12x100
23	3	9	12x180
24	4	5	9x90
25	5	33	25x660
26	6	6,5	25x72
27	7	27	15x540
28	8	11	15x220
29	9	7	15x150
30	10	33	25x210



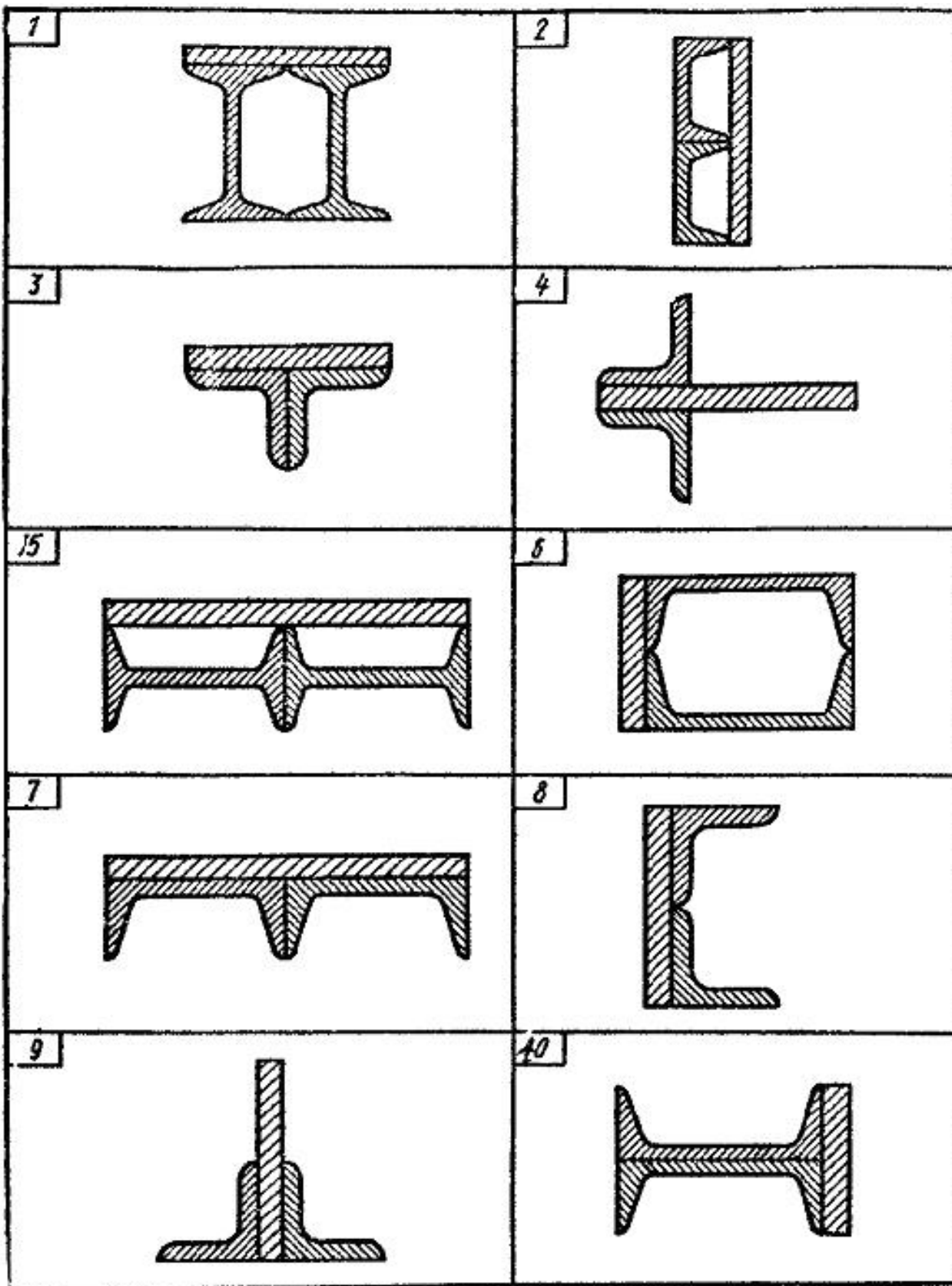


Рис 2.3

### Задача 2.2 (рис 2.4)

Определить положение центра тяжести тонкой однородной пластинки, форма и размеры которой в миллиметрах показаны на рис 2.4, данные своего варианта взять из таблицы.

Вариант №	Схема на рис 2.4	a, мм	b, мм
1	1	200	150
2	5	280	220
3	7	920	290
4	3	160	100
5	9	260	120
6	4	600	440
7	10	450	300
8	6	900	600
9	8	300	200
10	8	290	210
11	2	310	140
12	1	210	140
13	5	270	210
14	7	900	300
15	3	150	110
16	9	270	100
17	4	610	400
18	10	400	240
19	6	800	620
20	6	910	640
21	8	280	220
22	2	320	150
23	1	180	130
24	5	260	200
25	7	910	310
26	3	140	120
27	9	280	110
28	4	580	410
29	10	500	250
30	10	410	260

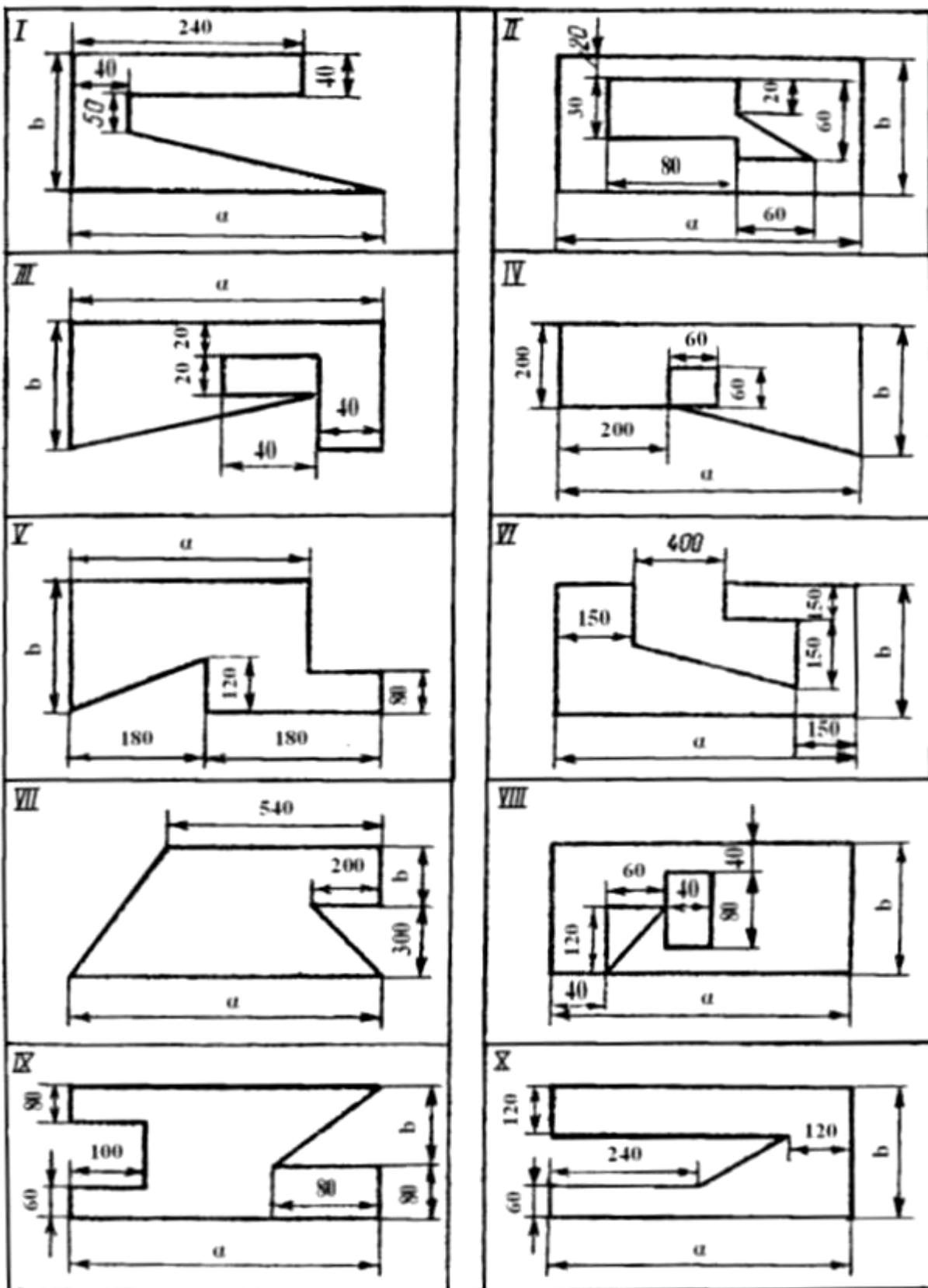


Рис 2.4

### Задача 2.3 (рис 2.5)

Определить положение центра тяжести тонкой однородной пластинки, форма и размеры которой в миллиметрах показаны на рис 2.5.

Вариант №	Схема по рис 2.5	Вариант №	Схема по рис 2.5
1	1	16	6
2	2	17	7
3	3	18	8
4	4	19	9
5	5	20	10
6	6	21	1
7	7	22	2
8	8	23	3
9	9	24	4
10	10	25	5
11	1	26	6
12	2	27	7
13	3	28	8
14	4	29	9
15	5	30	10

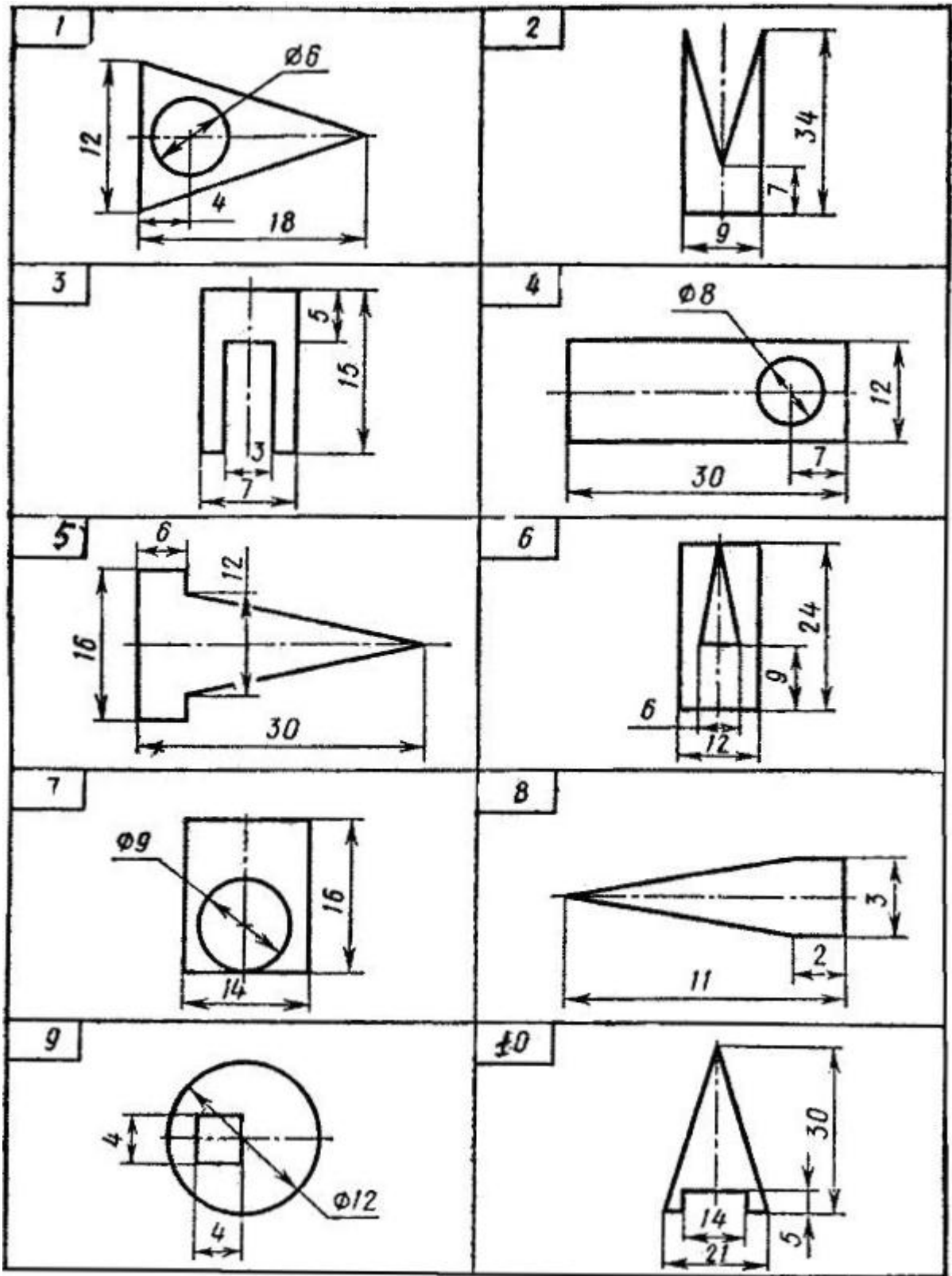


Рис 2.5

### Задача 2.4 (рис 2.6)

Для сечений, составленных из прокатных профилей, определить координаты центров тяжести. Необходимые для расчета характеристики прокатных профилей даны в Положении.

Вариант №	Двутавр №	Швеллер №	Уголок №	a	b	Схема на рис 2.6
				мм		
1	22	20	5/3,2(50x32x4)			а
2	22	30	-	300	10	б
3	-	20	7,5/5(75x50x8)	200	20	в
4	24	-	8/5(80x50x5)	250	10	г
5	-	18	-	200	10	д
6	-	-	10/6,3(100x63x10)	200	20	е
7	-	22	8/5(80x50x60)	300	20	ж
8	-	24	-	220	10	з
9	20	12	-	200	20	и
10	24	24	9/5,6(90x56x6)	-	-	к
11	22	20	5/3,2(50x32x4)	-	-	а
12	22	30	-	300	10	б
13	-	20	7,5/5(75x50x8)	200	20	в
14	24	-	8/5(80x50x5)	250	10	г
15	-	18	-	200	10	д
16	-	-	10/6,3(100x63x10)	200	20	е
17	-	22	8/5(80x50x60)	300	20	ж
18	-	24	-	220	10	з
19	20	12	-	200	20	и
20	24	24	9/5,6(90x56x6)	-	-	к
21	22	20	5/3,2(50x32x4)	-	-	а
22	22	30	-	300	10	б
23	-	20	7,5/5(75x50x8)	200	20	в
24	24	-	8/5(80x50x5)	250	10	г
25	-	18	-	200	10	д
26	-	-	10/6,3(100x63x10)	200	20	е
27	-	22	8/5(80x50x60)	300	20	ж
28	-	24	-	220	10	з
29	20	12	-	200	20	и
30	24	24	9/5,6(90x56x6)	-	-	к

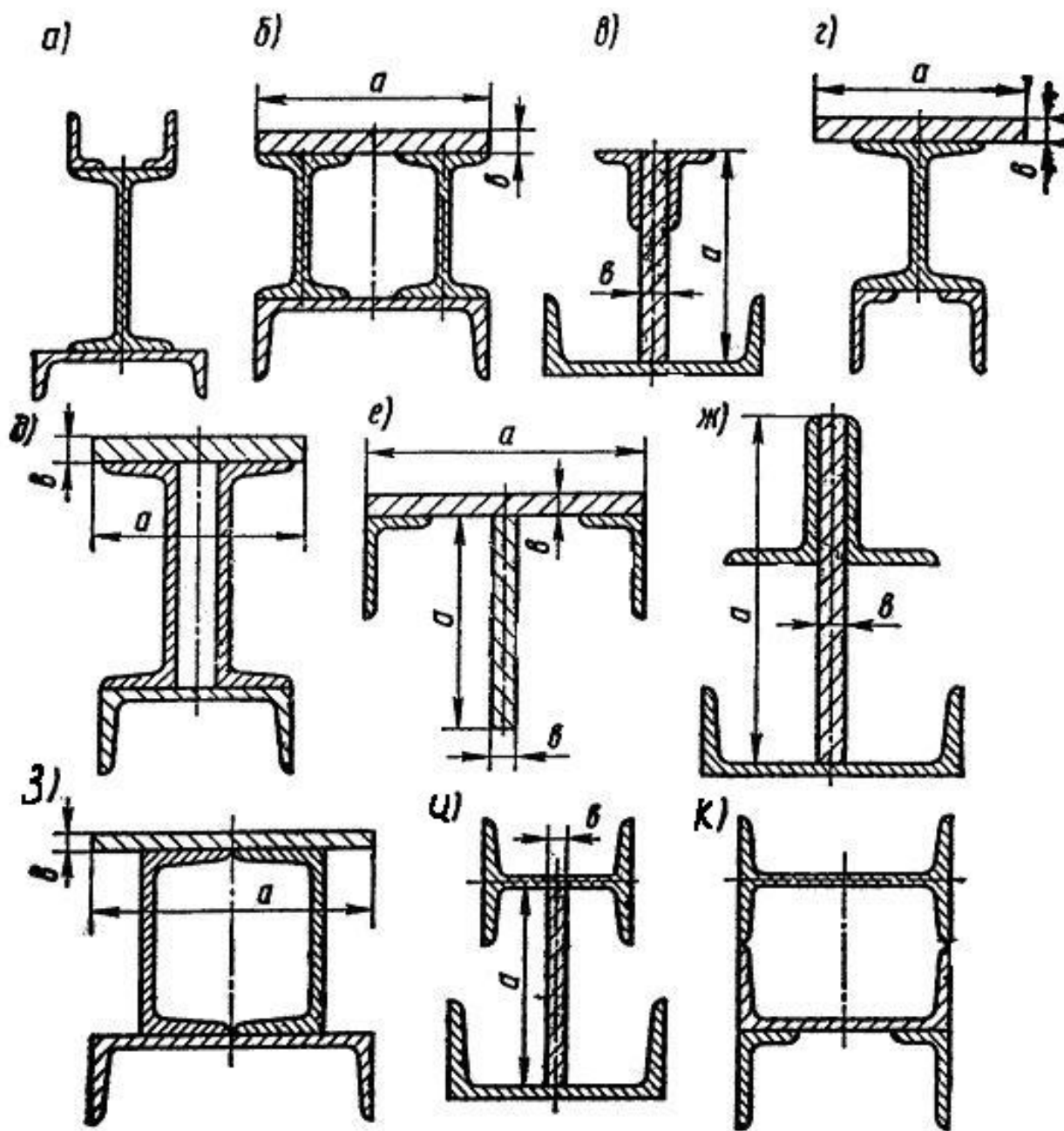


Рис 2.6

### Задача 2.5 (рис 2.7)

Определить положение центра тяжести плоской фигуры. Данные для вычислений взять из таблицы.

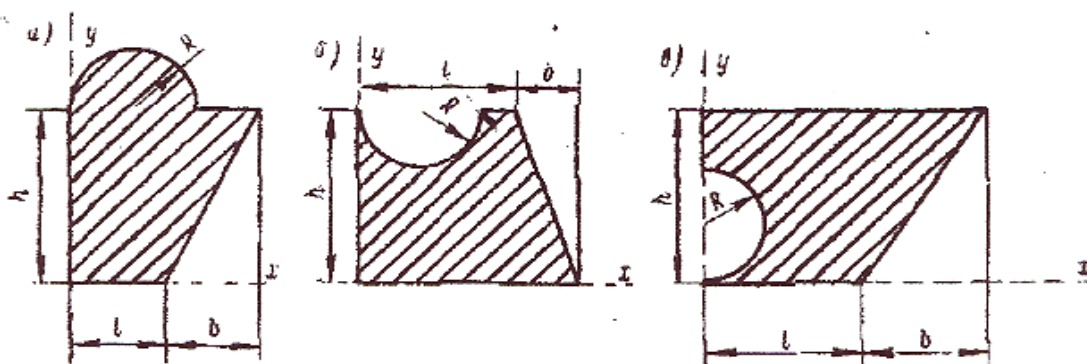


Рис 2.7

Вариант №	Данные, см			
	R	h	l	b
1a	10	50	60	20
2a	20	60	50	10
3a	15	40	50	10
4a	25	80	60	20
5a	30	80	60	20
6a	28	70	80	30
7a	24	90	70	40
8a	22	60	80	30
9a	18	50	80	30
10a	16	40	60	40
11б	10	50	60	20
12б	20	60	50	10
13б	15	40	50	10
14б	25	80	60	20
15б	30	80	60	20
16б	28	70	80	30
17б	24	90	70	40
18б	22	60	80	30
19б	18	50	80	30
20б	16	40	60	40
21в	10	50	60	20
22в	20	60	50	10
23в	15	40	50	10
24в	25	80	60	20
25в	30	80	60	20
26в	28	70	80	30
27в	24	90	70	40
28в	22	60	80	30
29в	18	50	80	30
30в	16	40	60	40



### Задача 2.6 (рис 2.8)

Для сечений, составленных из прокатных профилей, определить координаты центров тяжести. Необходимые для расчета характеристики прокатных профилей даны в Положении. Угловые профили взять с наибольшей толщиной.

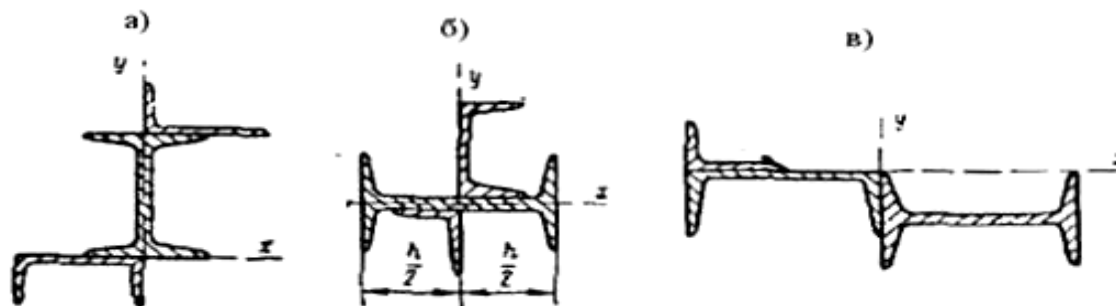


Рис 2.8

Вариант №	Вид профиля		
	Двутавр №	Швеллер №	Угловой профиль №
1	10	5	2,8
2	12	6,5	4
3	14	8	5
4	16	10	7
5	18	12	3,2/2
6	20	14	8
7	22	16	4/2,5
8	24	18	9
9	27	20	10
10	30	22	7/4,5
11	10	5	2,8
12	12	6,5	4
13	14	8	5
14	16	10	7
15	18	12	3,2/2
16	20	14	8
17	22	16	4/2,5
18	24	18	9
19	27	20	10
20	30	22	7/4,5
21	10	5	2,8
22	12	6,5	4
23	14	8	5
24	16	10	7
25	18	12	3,2/2
26	20	14	8
27	22	16	4/2,5
28	24	18	9
29	27	20	10
30	30	22	7/4,5

### Задача 2.7 (рис 2.9)

Для сечений, составленных из прокатных профилей, определить координаты центров тяжести. Необходимые для расчета характеристики прокатных профилей даны в Положении. Угловые профили взять с наибольшей толщиной.

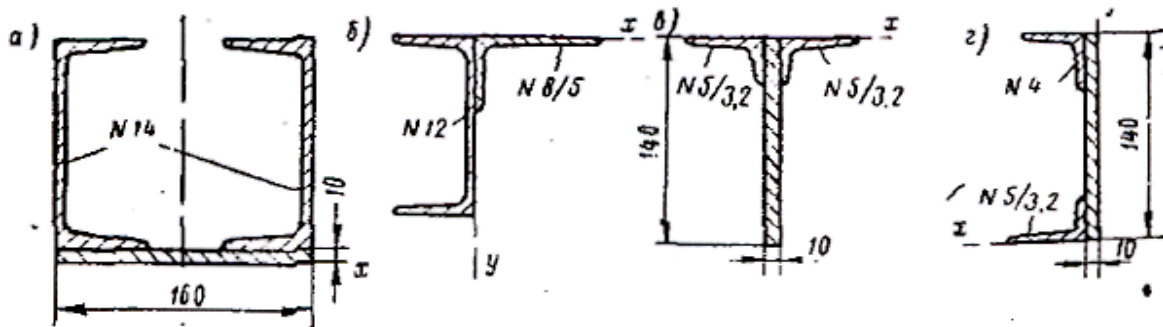


Рис 2.9

### Задача 2.8 (рис 2.10)

Определить координаты центра тяжести сечения по данным одного из вариантов, показанных на рис 2.10. Показать положение центра тяжести на сечении.

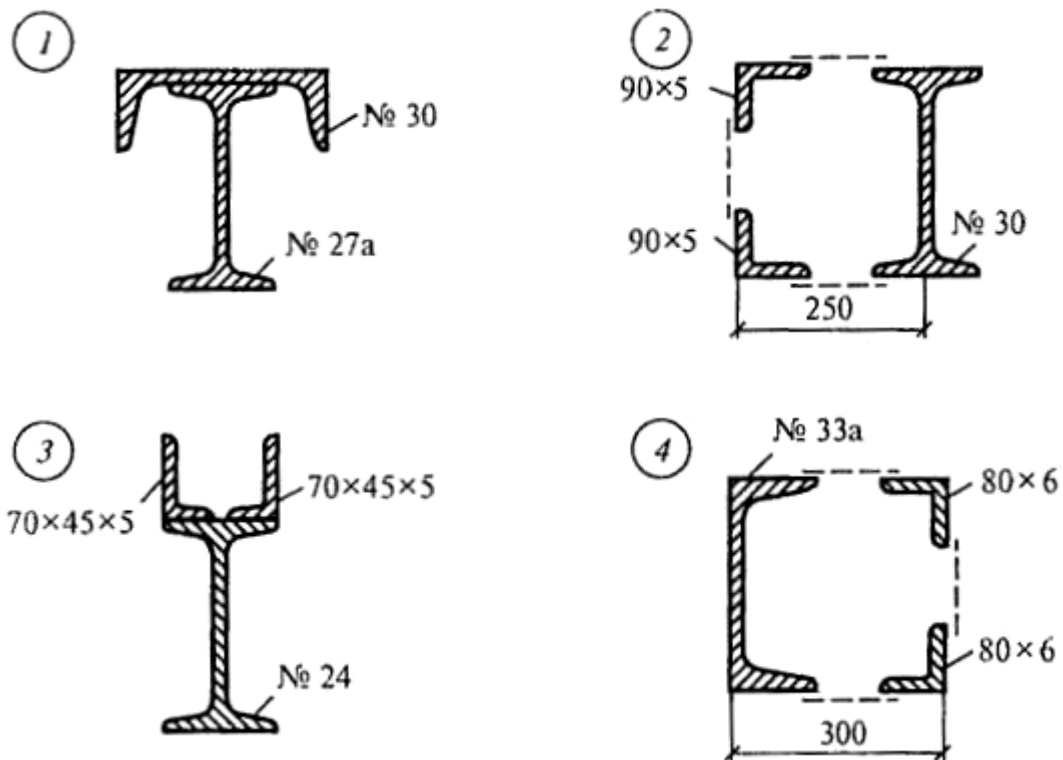


Рис 2.10

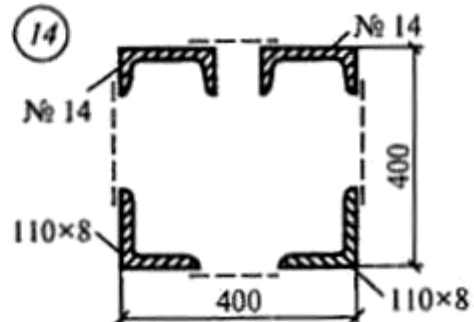
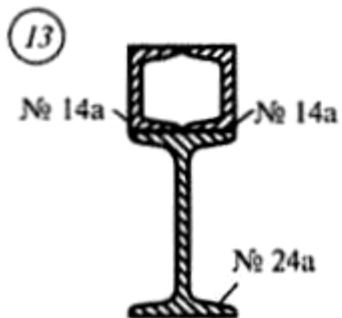
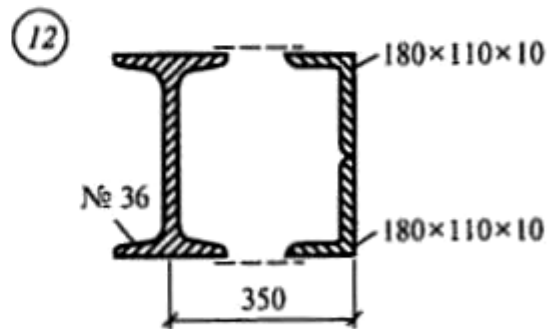
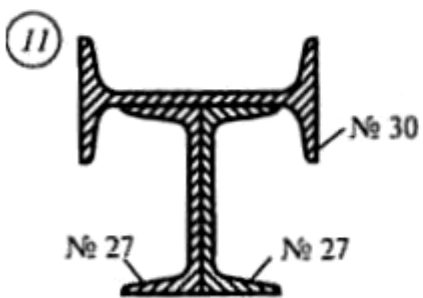
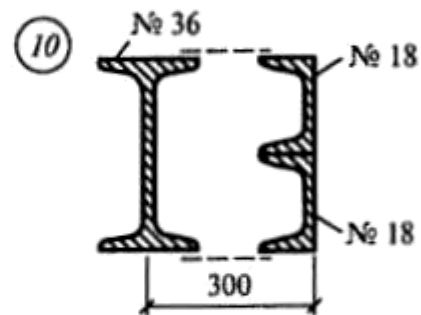
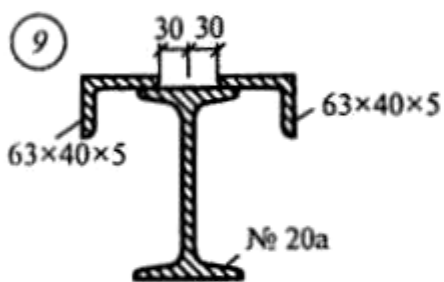
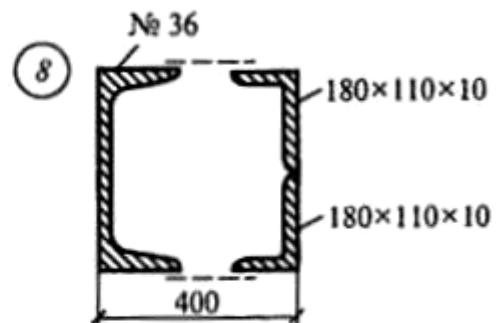
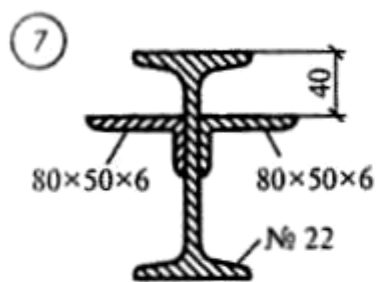
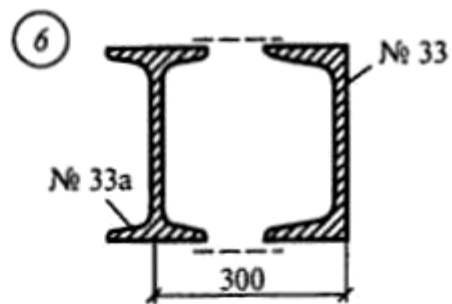
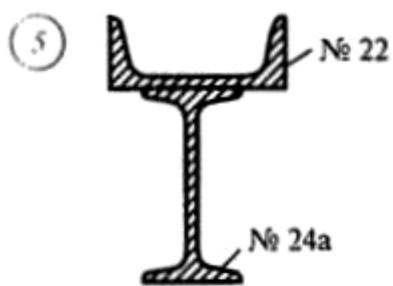


Рис 2.10 Продолжение

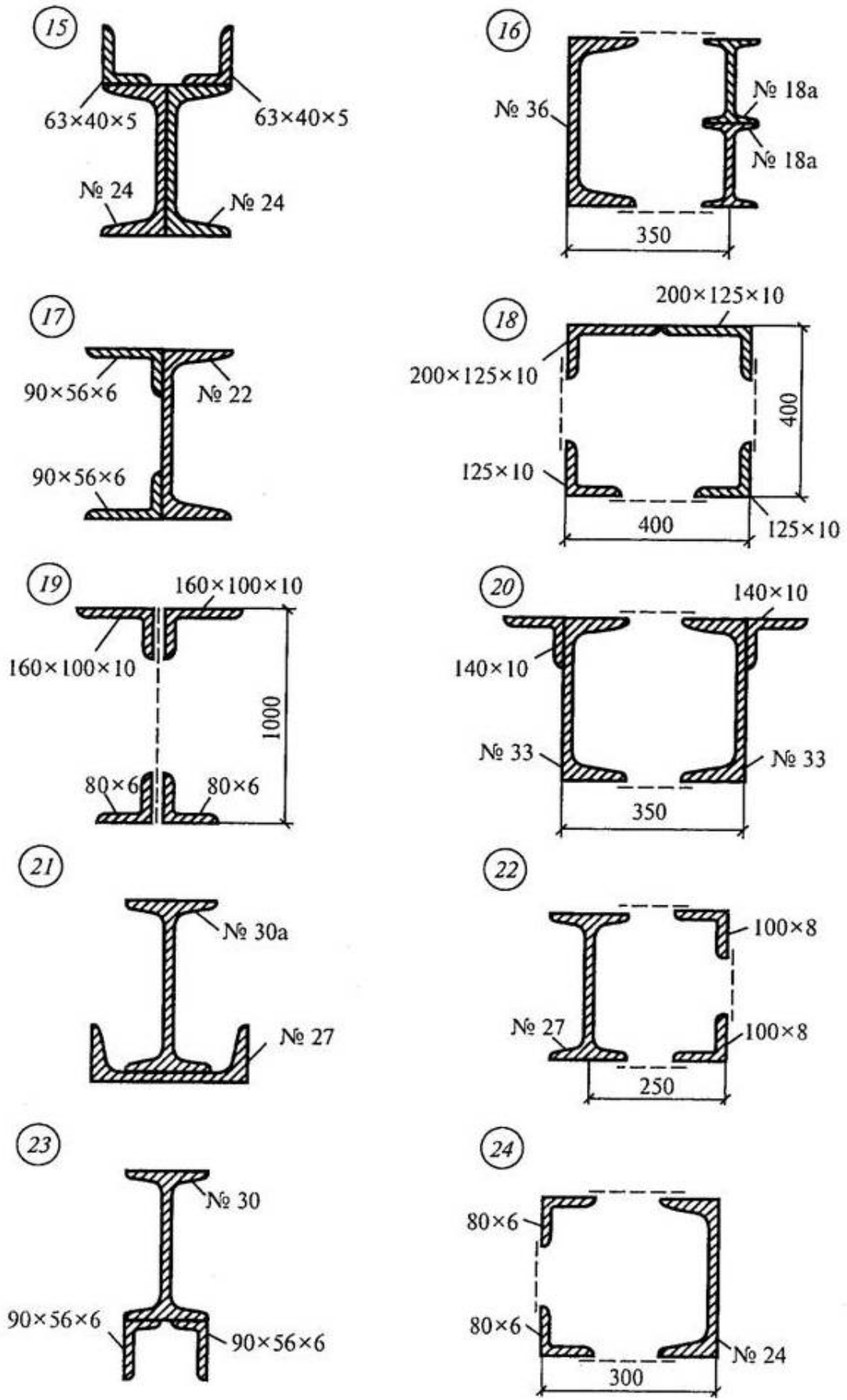
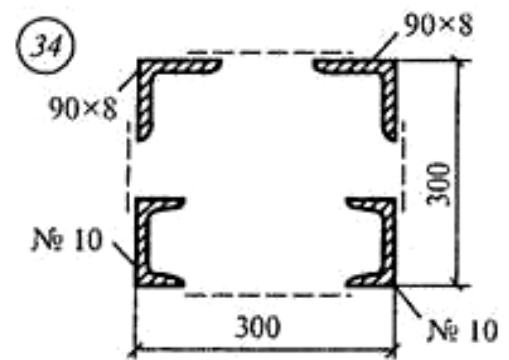
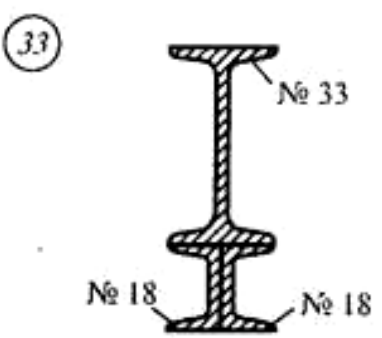
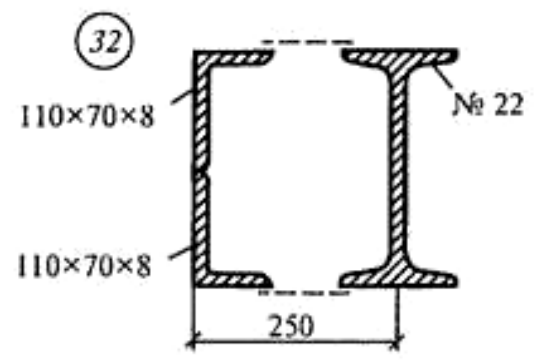
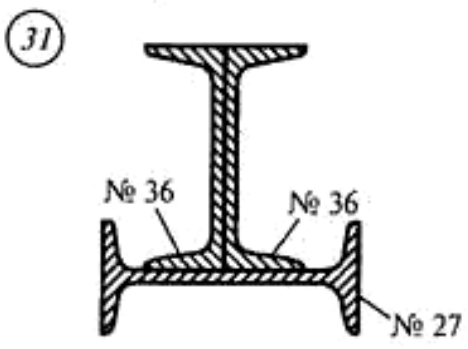
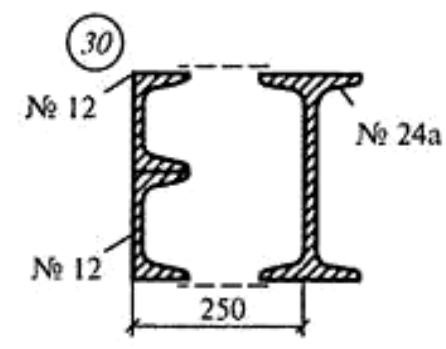
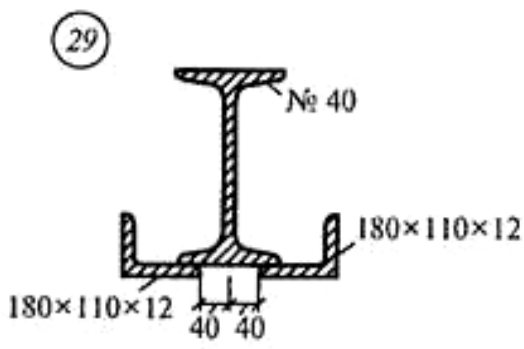
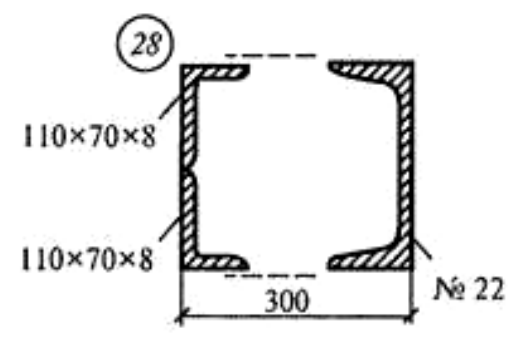
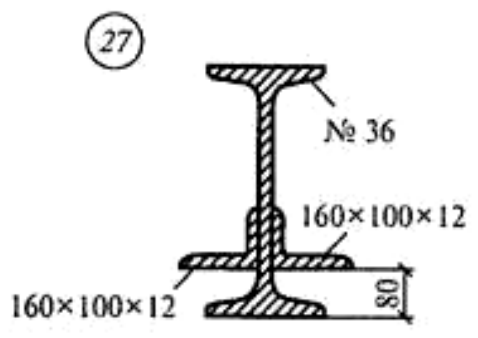
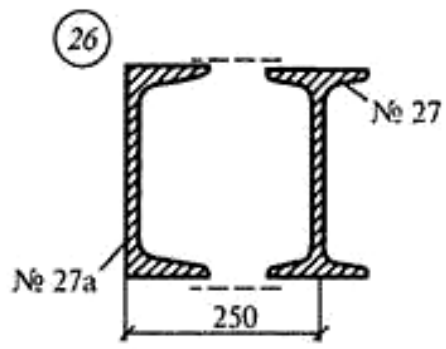
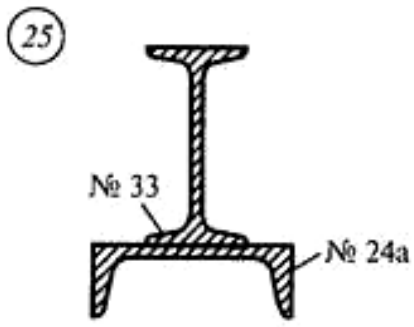


Рис 2.10 Продолжение



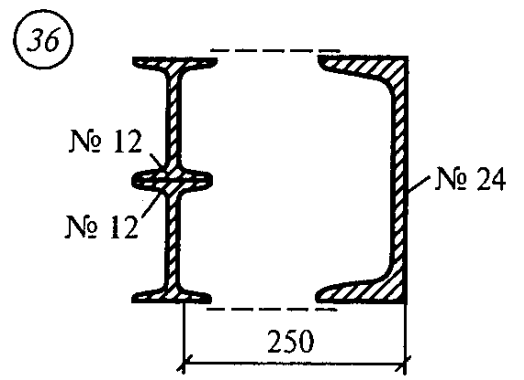
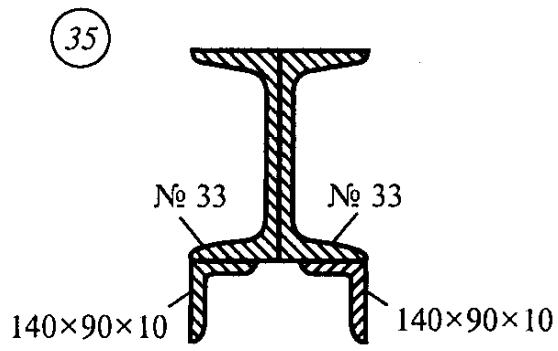


Рис 2.10 Продолжение

### Задача 2.9 (рис 2.11)

Определить координаты центра тяжести сечения по данным одного из вариантов, показанных на рис 2.11. Показать положение центра тяжести на сечении.

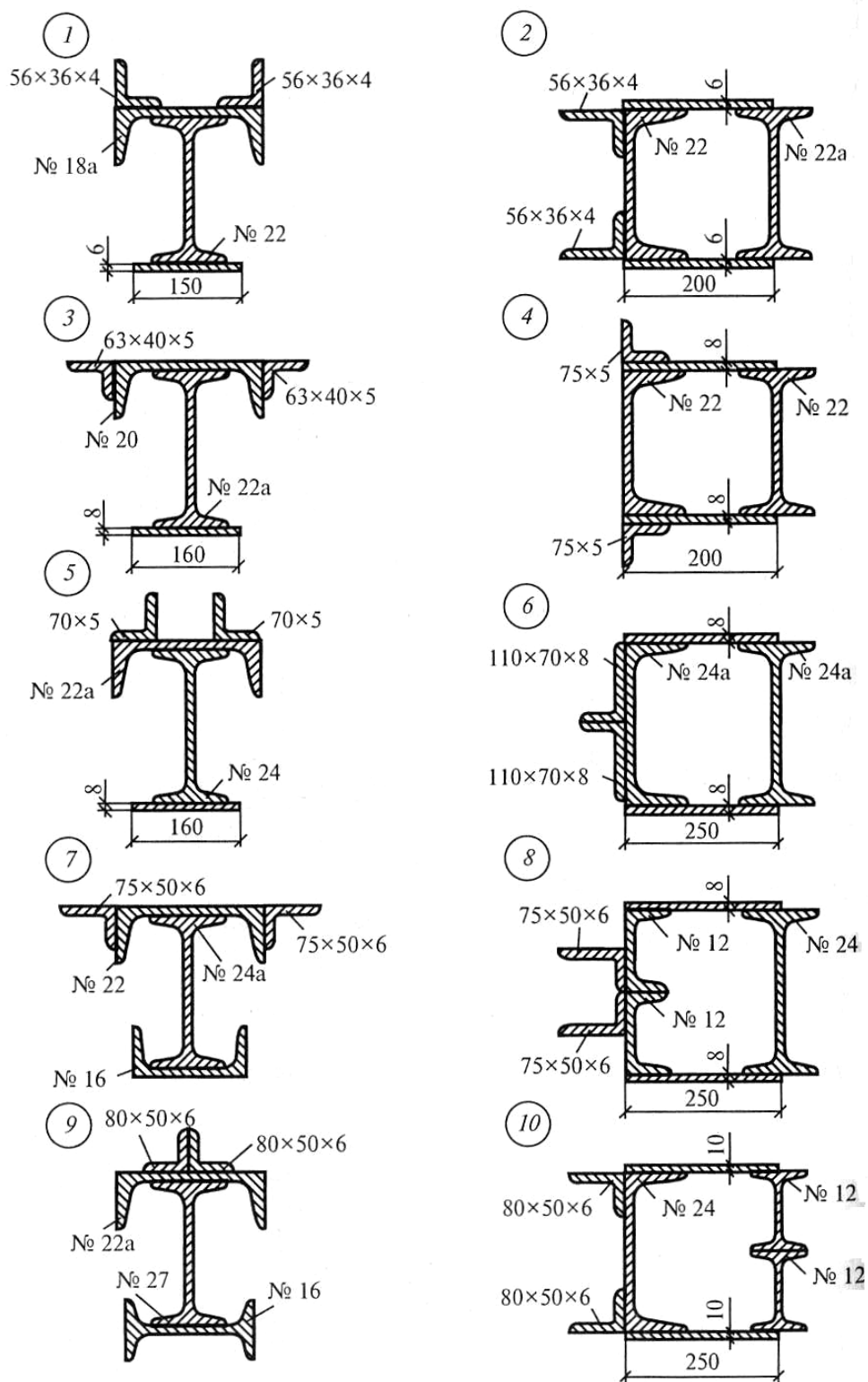


Рис 2.11

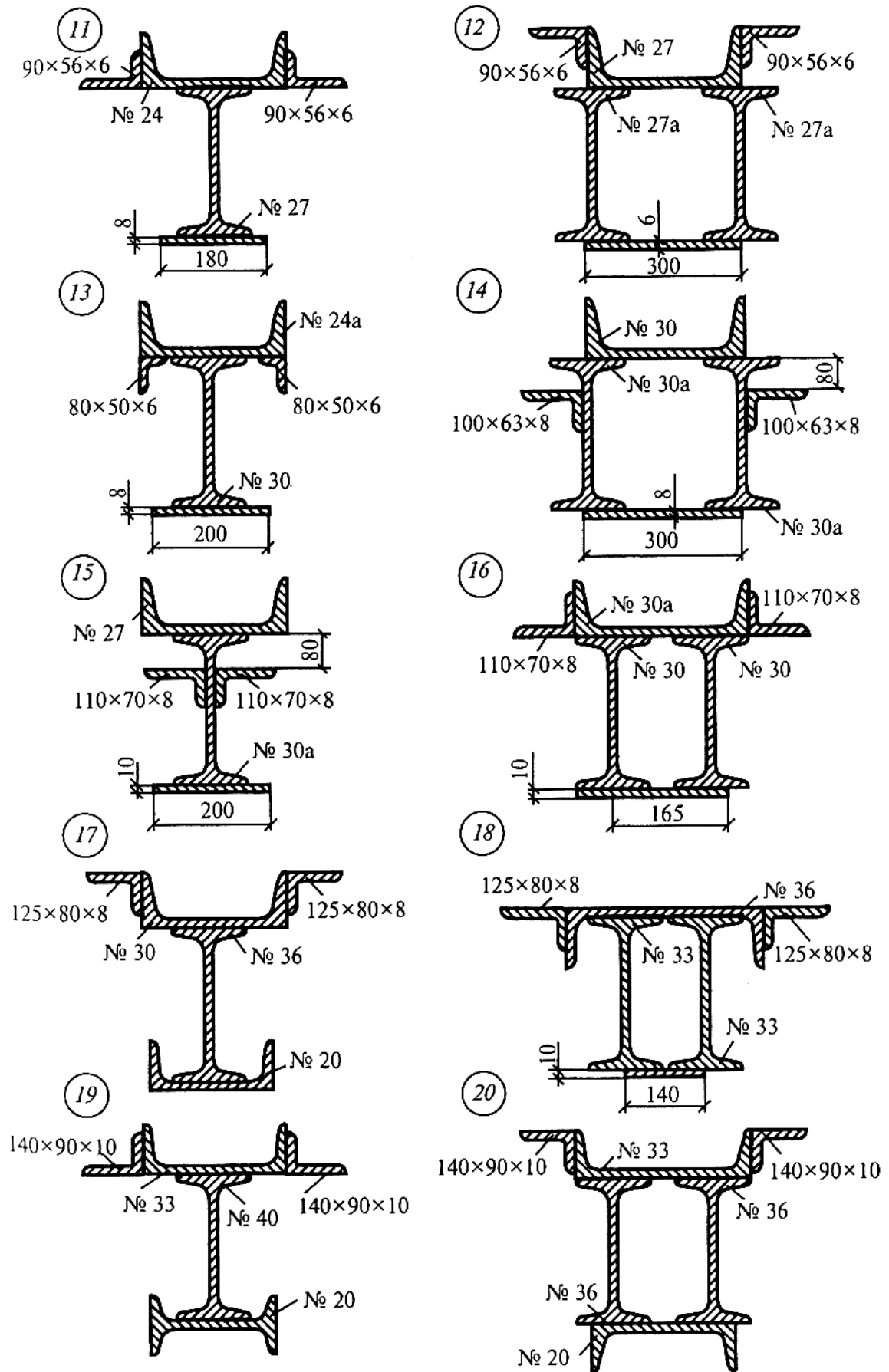


Рис 2.11 Продолжение



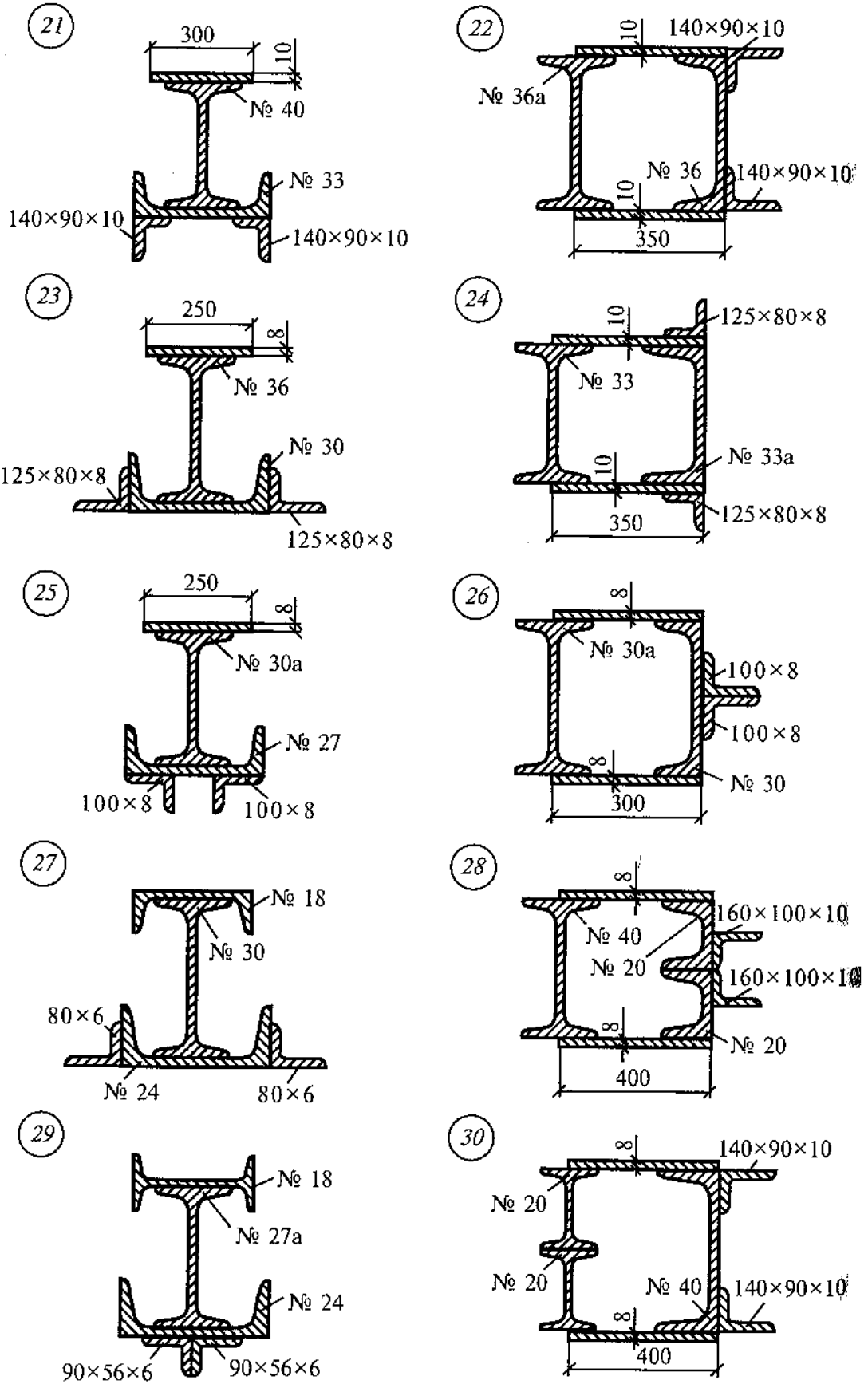


Рис 2.11 Продолжение

### Практическая работа №3 Решение задач «Кинематики» и «Динамики»

К решению практической работы №3 следует приступать после изучения тем «Кинематика» и «Динамика». Предлагаемые задачи носят комплексный характер, что требует от студентов свободного владения учебным материалом обеих тем.

При решении задач необходимо иметь в виду, что в случае равномерного движения действующая на тело система сил является уравновешенной, в случае неравномерного движения - неуравновешенной. В первом случае уравнения равновесия статики для тела применимы непосредственно, во втором - лишь при условии добавления к заданной системе сил силы инерции (такой, метод решения называют методом кинестатики).

**Пример 3.1** (рис 3.1а) Для перемещения груза применена барабанная лебедка, привод которой состоит из электродвигателя 1 и редуктора 2 (понижает угловую скорость вала двигателя до требуемой на барабане). Барабан 3 служит для преобразования вращательного движения в поступательное движение груза. Диаметр барабана  $d = 0,2$  м, а уравнение его вращения  $\varphi = 30t + 6t^2$ , где  $\varphi$  - угол поворота, рад и  $t$  - время, с. Для момента времени  $t_1 = 0,5$  с определить все кинематические характеристики движения барабана, точки на его ободе, а также груза. Направление движения груза - вверх.

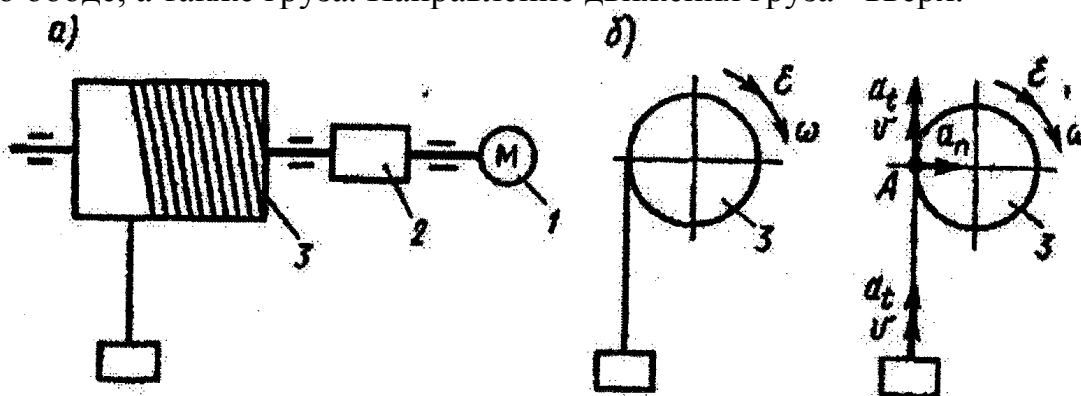


Рис 3.1

**Решение:**

1 Определяем кинематические характеристики движения барабана

Угол поворота барабана за время  $t_1$   $\varphi' = 30 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,5 = 16,5$  рад.

Угловая скорость барабана  $\omega = \varphi' = (30t + 6t^2)' = 30 + 12t = \text{const}$  - движение неравномерное. При  $t_1 = 0,5$ с получим  $\omega_1 = 30 + 12 \cdot 0,5 = 36$  рад/с.

Угловое ускорение барабана  $\alpha = \omega' = (30 + 12t)' = 12$  рад/с<sup>2</sup> = const.

Так как ускорение положительно и постоянно, то барабан вращается равноускоренно.

2 Кинематические характеристики движения любой точки на ободе барабана, например точки А (рис 3.1 б), определяются через угловые характеристики движения барабана.

Для момента времени  $t_1$  получим:  
 расстояние, пройденное точкой  $S_1 = \varphi_1 r = 16,5 \cdot 0,1 = 1,65$  м  
 скорость точки  $v_1 = \omega_1 r = 36 \cdot 0,1 = 3,6$  м/с  
 касательное ускорение  $a_\tau = \alpha r = 12 \cdot 0,1 = 1,2$  м/с<sup>2</sup>  
 нормальное ускорение  $a_n = \omega_1^2 r = 36^2 \cdot 0,1 = 130$  м/с<sup>2</sup>

Эти характеристики можно было определить и иначе.  
 Уравнение движения точки  $s = \varphi r = (30t + 6t^2) \cdot 0,1 = 3t + 0,6t^2$   
 Тогда

$$v = S' = (3t + 0,6t^2)' = 3 + 1,2t = 4,2 \text{ м/с}$$

$$a_\tau = v' = (3 + 1,2t)' = 1,2 \text{ м/с}^2$$

При  $t_1 = 0,5$  с получим:

$$S_1 = 3 \cdot 0,5 + 0,6 \cdot 0,5^2 = 1,65 \text{ м}$$

$$v_1 = 3 + 1,2 \cdot 0,5 = 3,6 \text{ м/с}$$

$$a_{n1} = v_1^2 / r = 3,6^2 / 0,1 = 130 \text{ м/с}^2$$

3 Кинематические характеристики движения груза равны соответствующим характеристикам любой точки тягового троса а значит, и точки А, лежащей на ободу барабана – см. предыдущий пункт расчета (конечно, для прямолинейно движущегося груза  $a_n = 0$ ).

**Пример 3.2** (рис 3.2) По данным **примера 3.1** определить массу  $m$  перемещаемого груза, если для времени  $t_1$  потребляемая электродвигателем мощность  $P_{\text{дв}} = 16,1$  кВт, КПД привода  $\eta = 0,75$ . При расчете принять  $q = 10$  м/с<sup>2</sup>.

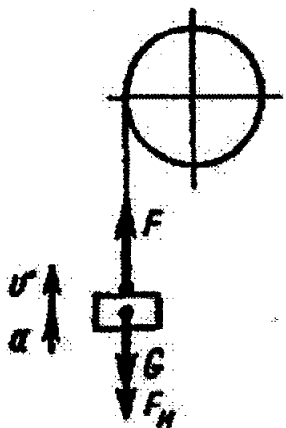


Рис 3.2

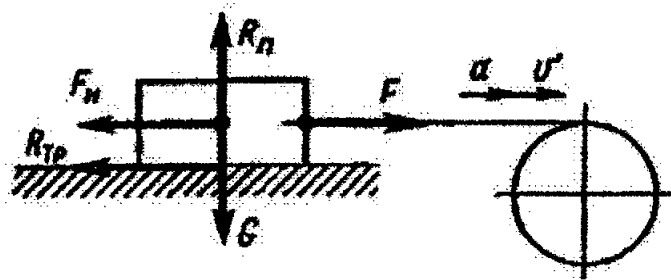


Рис 3.3

**Решение:**

1 Кинематические характеристики движения груза при  $t_1 = 0,5$  с

(см. пример 3.1)  $v_1 = 3,6$  м/с;  $a = a_\tau = 1,2$  м/с<sup>2</sup>.

2 На груз действует система сил: сила тяги троса  $F$  и сила тяжести груза  $G = mg$ . Заметим, что вектор силы  $F$  всегда направлен в сторону барабана, в какую бы сторону (вверх или вниз) не перемещался груз. Как известно, при неравномерном движении тела система действующих на него сил по направлению движения не является уравновешенной. Согласно принципу Даламбера (метод кинестатики), тело в этом случае можно считать находящимся в условном равновесии, если ко всем действующим на него силам добавить силу инерции тела  $F_{ин} = ma$ , вектор которой направлен противоположно вектору ускорения. В нашем случае ускоренного движения вверх вектор силы инерции направлен вниз. Составим уравнение условного равновесия для груза, совместив координатную ось  $y$  с направлением движения:

$$\Sigma F_y = 0; F - G - F_{ин} = 0$$

$$F = mg - ma = 0$$

$$\text{отсюда } F = m(g + a) = m(10 + 1,2) = 11,2 m$$

3 Мощность на тросе, являющуюся в рассматриваемом механизме полезной, определим по известной формуле

$$P_{пол1} = F v_1 = 11,2m \cdot 3,6 = 40,3m$$

4 Учтя, что затраченной является мощность двигателя  $P_{затр} = P_{дв1}$ , из формулы КПД  $\eta = P_{пол1} / P_{затр1}$  получим:

$$P_{пол1} = \eta P_{затр1}$$

$$40,3m = \eta P_{дв1}$$

$$\text{отсюда масса груза } m = \eta P_{дв1} / 40,3 = 0,75 \cdot 16,1 \cdot 10^3 / 40,3 = 300 \text{ кг}$$

Здесь  $P_{дв1} = 16,1$  кВт

**Пример 3.3** (рис 3.3) По данным примеров 1 и 2 определить массу  $m$  груза для случая его перемещения по горизонтальной опорной плоскости. Принять коэффициент трения скольжения между грузом и плоскостью  $f = 0,25$ .

**Решение:** Ход решения этой задачи аналогичен предыдущей, за исключением определения, силы тяги троса  $F$  (п. 2 расчета).

1 Кинематические характеристики движения груза при  $t_1 = 0,5$  с (см. пример 1)  $v_1 = 3,6$  м/с

$$a = a_1 = 1,2 \text{ м/с}^2$$

2 На груз действует система сходящихся сил: сила тяги троса  $F$ , сила тяжести груза  $G = mg$ , нормальная реакция опорной плоскости  $R_n$  и сила трения  $R_{тр}$  направленная навстречу движению тела (навстречу вектору скорости).

Добавляем к действующей на груз системе сил силу его инерции  $F_{ин} = - ma$ , направив ее вектор противоположно вектору ускорения - в нашем случае влево. Выбираем направление координатных осей, как показано на рисунке 3.3, и составляем два уравнения условного равновесия для груза.

$$\Sigma F_{yi} = 0; R_{тр} - G = 0, \text{ отсюда } R_n = G = mg,$$

$\Sigma F_{xi} = 0; F - R_{mp} - F_{ин} = 0$ , отсюда  $F = R_{mp} + F_{ин} = fR_n + F_u = fmq + ma =$   
 $= m(fq + a) = m(0,25 \cdot 10 + 1,2) = 3,7m$ .

$$3 P_{пол} = F v_1 = 3,7m \cdot 3,6 = 13,3m$$

$$4 P_{пол} = \eta P_{затр}, 13,3m = \eta P_{дв1}$$

отсюда масса груза  $m = \eta P_{дв1} / 13,3 = 0,75 \cdot 16,1 \cdot 10^3 / 13,3 = 908$  кг.

Приведем основные формулы, необходимые для вычисления работы и мощности. Работа постоянной силы  $F$  на прямолинейном пути :

$$A = FS \cos \alpha, \text{ [Дж]} \quad (3.1)$$

где  $\alpha$ -угол между направлением силы и перемещением.

если  $\alpha = 90^\circ$ ,  $A = 0$ ;

если  $\alpha = 180^\circ$ ,  $A = -FS$  – работа сил трения;

если  $\alpha = 0^\circ$ ,  $A = FS$

Работа силы тяжести:  $A = Gh = mgh$ ; (3.2)

Работа постоянной силы при вращательном движении:  $A = T \cdot \phi$ , (3.3)

где  $T$  ( $M_{вр}$ )-вращающий момент

$$T = M_{вр} = F_t \cdot r = F_t \frac{d}{2}, \text{ [Н} \cdot \text{м]};$$

(3.4)

Мощность при поступательном прямолинейном движении

$$P = \frac{A}{t} = \frac{FS}{t} = F \cdot v, \text{ [Вт]}; \quad (3.5)$$

Мощность при вращательном движении

$$P = \frac{A}{t} = \frac{T\phi}{t} = T \cdot \omega; \quad (3.6)$$

Кинетическая энергия при поступательном движении

$$K = \frac{mv^2}{2}, \text{ [Дж]}; \quad (3.7)$$

Кинетическая энергия при вращательном движении

$$K = \frac{I\omega^2}{2}, \text{ [Дж]}; \quad (3.8)$$

Момент инерции вращающегося диска вокруг неподвижной оси

$$I = mr^2; \text{ [кг} \cdot \text{м}^2];$$

Уравнение вращательного движения твердого тела  $T = M_{вр} = I\alpha$  (3.9)

### Задача №3.1

Две сцепленные вагонетки с диаметром колеса  $d = 0,3$  м, массой  $m_1 = 200$  кг и  $m_2 = 300$  кг начинают передвигаться из состояния покоя под действием силы  $F = 300$  Н, приложенной горизонтально к вагонетке с массой  $m_1$  на высоте, равной диаметру колеса. Определить ускорение вагонеток и силу натяжения сцепного устройства между ними. Определить расстояние, которое пройдут вагонетки под действием сил  $F$  за  $t = 2$  мин. Коэффициент трения качения принять равным  $f_k = 0,001$ ; сцепное устройство расположено на высоте осей колёс вагонетки.

### Задача №3.2

Сани массой 6 кг начинают двигаться горизонтально и равноускоренно и через 9 м приобретают скорость 10,8 км/ч. Определить силу натяжения верёвки, привязанной к саням, если верёвка составляет угол в  $30^\circ$  с горизонталью, а коэффициент трения саней о снег равен 0,04.

### Задача №3.3

Вагонетка с диаметром колёс  $d = 0,1$  м, движущаяся горизонтально со скоростью 18 км/ч, встречает на пути подъём с уклоном в  $30^\circ$  к горизонту. На какую максимальную высоту поднимается вагонетка, если коэффициент трения качения равен 0,005, а центр тяжести вагонетки расположен в плоскости осей её колёс?

### Задача №3.4

Два груза массами  $m_1 = 2$  кг и  $m_2 = 3$  кг привязаны к нерастяжимой нити, перекинутой через блок. На грузе  $m_2$  лежит дополнительный груз  $m_3 = 1$  кг, Определить ускорение, с которым будут двигаться грузы, силу натяжения нити и силу давления груза  $m_3$  на груз  $m_2$ .

### Задача №3.5

Для подготовки летчиков-космонавтов к перегрузкам применяют специальные центрифуги, вращающиеся в горизонтальной плоскости. Сколько оборотов в минуту должна делать центрифуга радиусом 6м, чтобы космонавт испытывал десятикратную перегрузку?

### Задача №3.6

Поезд движется со скоростью 108 км/ч по закругленному участку пути с рельсами, расположенными на одном уровне. Груз, подвешенный к потолку вагона на нити длиной 1м, отклоняется при этом на угол  $6^\circ$ . Определить радиус закругления пути.

### **Задача №3.7**

Тепловоз, идущий со скоростью 72 км/ч, экстренно затормозил, полностью заблокировав свои колёса и колёса состава. Определить тормозной путь тепловоза и силу, с которой при этом действует на тепловоз, ведомый им состав массой 2000 т, если масса тепловоза 100 т. Принять коэффициент трения скольжения равным 0,22.

### **Задача №3.8**

Бадья массой 100 кг опускалась равноускоренно вниз, приводя во вращательное движение вал диаметром 50 см, на который намотан трос, удерживающий бадью. Определить силу натяжения троса, если через 10 с бадья ударилась о дно колодца на глубине 50 м. Чему равна угловая скорость вращения вала в этот момент?

### **Задача №3.9**

На нише, выдерживающей натяжение 20 Н, поднимают груз весом 10 Н из состояния покоя вертикально вверх. Считая движение равноускоренным, найти предельную высоту, на которую можно поднять груз за 1 с так, чтобы нить не оборвалась

### **Задача №3.10**

Скорость самолёта при отрыве от взлётной полосы должна быть 360 км/ч. Определить минимальную длину взлётной полосы, необходимую для того, чтобы лётчик при разгоне испытывал перегрузку, не превышающую его утроенный вес. Движение считать равноускоренным.

### **Задача №3.11**

Вертолёт, масса которого с грузом 6 т, за 2,5 мин набрал высоту 2250 м, Определить мощность двигателя вертолёта.

### **Задача №3.12**

Автомобиль весит 9000 Н. Найти силу тяги и мощность, развиваемую двигателем автомобиля, если его скорость равна 36 км/ч при движении в гору с уклоном в  $12^\circ$ . Коэффициент трения 0,1.

### **Задача №3.13**

Поезд идёт со скоростью 36 км/ч. Мощность тепловоза 300 кВт, коэффициент трения 0,004. Определить вес всего состава.

### Задача №3.14

Для подъема  $500\text{ м}^3$  воды на высоту  $3\text{ м}$  поставлен насос с двигателем мощностью  $2\text{ кВт}$ . Сколько времени потребуется для перекачки воды, если КПД насоса равен  $0,8$ ?

### Задача №3.15

Динамометр, установленный между теплоходом и баржей, показывает силу тяги  $30\text{ кН}$ , скорость буксировки  $18\text{ км/ч}$ , мощность двигателя  $550\text{ кВт}$ . Определить силу сопротивления воды корпусу буксира, если КПД силовой установки и винта равен  $0,4$ .

### Задача №3.16

Транспортёр поднимает груз массой  $m = 200\text{ кг}$  на автомашину за время  $t = 1\text{ с}$ . Длина ленты транспортёра  $l = 3\text{ м}$ , а угол наклона  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент полезного действия транспортёра  $\eta = 85\%$ . Определить мощность, развиваемую его электродвигателем.

### Задача №3.17

Точильный камень диаметром  $0,5\text{ м}$  делает  $120\text{ об/мин}$ . Обрабатываемая деталь прижимается к камню с силой  $F = 10\text{ Н}$ . Какая мощность затрачивается на шлифовку, если коэффициент трения камня о деталь  $f = 0,2$ ?

### Задача №3.18

Определить работу силы трения скольжения при торможении вращающегося диска диаметром  $d = 200\text{ мм}$ , сделавшего до остановки два оборота, если тормозная колодка прижимается к диску с силой  $F = 100\text{ Н}$ . Коэффициент трения скольжения тормозной колодки по диску равен  $0,35$ .

### Задача №3.19

Колесо зубчатой передачи, передающей мощность  $P = 12\text{ кВт}$ , вращается с угловой скоростью  $\omega = 20\text{ рад/с}$ . Определить окружную силу, действующую на зуб колеса, если диаметр колеса  $d = 360\text{ мм}$ .

### Задача №3.20

Маховик вращается вместе с горизонтальным валом, цапфы (участки, опирающиеся на подшипники) которая имеет диаметр  $d = 100\text{ мм}$ . Нагрузка на каждый из двух подшипников  $F = 4\text{ кН}$ . Приведённый коэффициент трения скольжения в подшипниках  $f = 0,005$ . Определить работу, затрачиваемую на преодоление трения за два оборота маховика.

### Задача №3.21



Малую метеорологическую ракету весом  $G$  поднимают с помощью троса вверх на стартовую площадку с постоянным ускорением  $a$ . Определить растягивающее усилие в тросе, с учетом сил инерции.

#### **Задача №3.22**

Линейная скорость точки обода колеса, диаметром 50см 20 м/сек. Чему равна угловая скорость.

#### **Задача №3.23**

Какую формулу надо применить при вычислении момента вращения  $M_{вр}$  если мощность задана в кВт, а  $n$  (об/мин).

#### **Задача №3.24**

Вычислить потенциальную энергию растянутой пружины, на расстояние 12см силой 20кН.

#### **Задача №3.25**

Силы сопротивления действуют под углом  $45^\circ$  к движущемуся телу весом 50 кН. Какую работу совершают они на расстоянии 6м?

#### **Задача №3.26**

Вычислить мощность двигателя внутреннего сгорания в лошадиных силах, если он дает 1500 об/мин и передает момент вращения 25кгм.

#### **Задача №3.27**

Можно ли поднять груз, сила тяжести которого  $G=2$ кН, с постоянной скоростью  $v=0,5$ м/с, с лебедкой, с электродвигателем мощностью  $P=1$ кВт, если общий КПД лебедки равен 0,8? Вычислить максимальную скорость подъема данного груза.

#### **Задача №3.28**

Человек весом 70кг сидит на качелях, доска которого отходит от горизонтальной оси подвеса на расстоянии 2м. С какой линейной скоростью проходят качели положение равновесия, если давление человека на доску в этом положении равно 80 кг.

#### **Задача №3.29**

Равномерный подъем груза массой 102кг на высоту 10м был произведен лебедкой за 1мин. Подводимая к лебедкам от двигателя мощность составляет 2,5л.с. Определить КПД лебедки.

#### **Задача №3.30**

Вычислить вращающий момент, если мощность, передаваемая валом, равна 10 кВт, а число оборотов вала 980 об/мин.

### Задача №3.31

Даны три мощности:

$$N_1 = 600 \text{ кгм/сек}$$

$$N_2 = 14 \text{ л.с.}$$

$$N_3 = 12 \text{ кВт}$$

Какая из них больше?

### Задача №3.32

Изменится ли вращающий момент на валу, если мощность на валу уменьшить в 2 раза, и угловая скорость вала уменьшится в 2 раза.

### Задача №3.33

Поезд весом 3000т, проходя по мосту, прогибает его, образуя дугу радиусом 1,5км. Определить давление поезда на мост в его середине, если скорость поезда равна 54км/ч.

### Задача №3.34

Вычислить работу, которая производится при подъеме груза в 200Н и по наклонной плоскости на расстояние 8м, если угол, образуемой плоскости трения равен  $45^\circ$

### Задача №3.35

Даны три мощности:

$$N_1 = 750 \text{ Дж/сек}$$

$$N_2 = 12 \text{ л.с.}$$

$$N_3 = 10 \text{ кВт}$$

Какая из них больше?

### Задача №3.36

Каков коэффициент полезного действия, если мощность полезного сопротивления равна 600Дж/сек, а мощность движущихся сил равна 13,6 кВт.

### Задача №3.37

Вычислить мощность на валу электродвигателя, если вращающий момент равен 9000 Нм, а угловая скорость равна 149 рад/сек.

### Задача №3.38

Вычислить изменение кинетической энергии точки массой 20кг, если ее скорость увеличилась с 10 до 20 м/с

### **Задача №3.39**

Как изменится кинетическая энергия прямолинейно движущейся точки, если скорость увеличится в 2 раза?

### **Задача №3.40**

Чему равна работа силы, приложенной к прямолинейно движущемуся телу массой 100кг, если скорость тела увеличилась с 5 до 25м/с?

## Практическая работа № 4 «Расчет бруса на растяжение (сжатие)»

Эта практическая работа требует от студентов умения строить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и определять удлинение или укорочение бруса, а так же допускаемую нагрузку и размеры поперечного сечения. При работе бруса на растяжение и сжатие в его поперечных сечениях возникает продольная сила  $N$ . Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, действующих на отсеченную часть. Правило знаков для  $N$ : при растяжении продольная сила положительна, при сжатии - отрицательна. При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают нормальные напряжения:

$$\sigma = N/A \quad (4.1)$$

( $A$  - площадь поперечного сечения,  $m^2$ ,  $mm^2$ ). Для нормальных напряжений принимается то же правило знаков, что и для продольных сил.

Изменение длины бруса (удлинение или укорочение) равно алгебраической сумме удлинений (укорочений) его отдельных участков и вычисляется по формуле Гука:

$$\lambda = \sum \Delta l_i = \sum (N_i l_i) / EA_i \quad (4.2)$$

где  $N_i$ ,  $l_i$ ,  $A_i$  - соответственно продольная сила, длина участка и площадь поперечного сечения в пределах каждого участка бруса;  $E$  - модуль продольной упругости, Па, МПа.

### Последовательность решения задачи:

- 1 Разбить брус на участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, и места изменения размеров поперечного сечения.
- 2 Определить по методу сечений продольную силу для каждого участка (ординаты эпюры  $N$ ), построить эпюру продольных сил  $N$ . Проведя параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе получаемые значения ординат. Через концы ординат провести линии, проставить знаки и заштриховать эпюру линиями, параллельными ординатам.
- 3 Для построения эпюры нормальных напряжений определяем напряжения в поперечных сечениях каждого из участков. В пределах каждого участка напряжения постоянны, т. е. эпюра на данном участке изображается прямой, параллельной оси бруса.
- 4 Перемещение свободного конца бруса определяем как сумму удлинений (укорочений) участков бруса, вычисленных по формуле Гука.

**Пример 4.1** Для данного ступенчатого бруса (рис 4.1) построить эпюры продольных сил, нормальных напряжений и определить перемещение свободного конца, если  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;

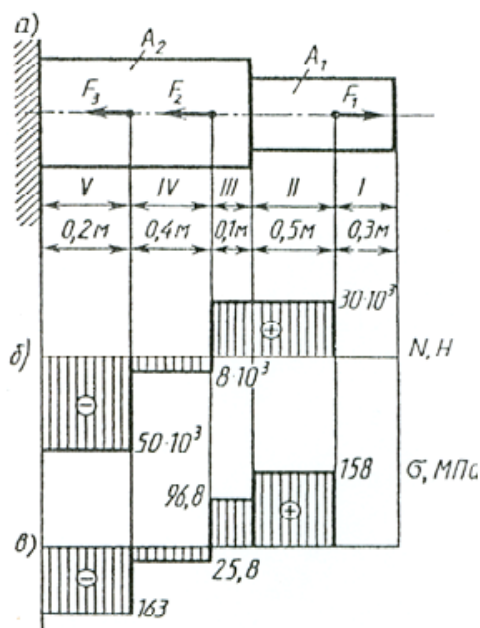


Рис 4.1

Дано:

$$F_1 = 30 \text{ кН} = 30 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$F_2 = 38 \text{ кН} = 38 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$F_3 = 42 \text{ кН} = 42 \cdot 10^3 \text{ Н}$$

$$A_1 = 1,9 \text{ см}^2 = 1,9 \cdot 10^2 \text{ мм}^2$$

$$A_2 = 3,1 \text{ см}^2 = 3,1 \cdot 10^2 \text{ мм}^2$$

**Решение:**

1 Отмечаем участки, как показано на рис 4.1

2 Определяем значения продольной силы  $N$  на участках бруса:

$$N_I = 0, N_{II} = F_1 = 30 \text{ кН}$$

$$N_{III} = F_1 = 30 \text{ кН}$$

$$N_{IV} = F_1 - F_2 = -8 \text{ кН}$$

$$N_V = F_1 - F_2 - F_3 = -50 \text{ кН}$$

Строим эпюру продольных сил.

3 Вычисляем значения нормальных напряжений

$$\sigma_1 = N_1 / A_1 = 0$$

$$\sigma_2 = N_2 / A_2 = 30 \cdot 10^3 / 1,9 \cdot 10^2 = 158 \text{ Н/мм}^2 = 158 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = N_3 / A_2 = 30 \cdot 10^3 / 3,1 \cdot 10^2 = 96,8 \text{ Н/мм}^2 = 96,8 \text{ МПа}$$

$$\sigma_4 = N_4 / A_2 = -8 \cdot 10^3 / 3,1 \cdot 10^2 = -25,8 \text{ Н/мм}^2 = -25,8 \text{ МПа}$$

$$\sigma_5 = N_5 / A_2 = -50 \cdot 10^3 / 3,1 \cdot 10^2 = -163 \text{ Н/мм}^2 = -163 \text{ МПа}$$

4 Определяем перемещение свободного конца:

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} + \Delta l_V$$

$$\Delta l_I = N_I l_I / E A_I = 0$$

$$\Delta l_{II} = N_{II} l_{II} / E A_1 = 30 \cdot 10^3 \cdot 0,5 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 \cdot 1,9 \cdot 10^2 = 0,394 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{III} = N_{III} l_{III} / E A_2 = 30 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 \cdot 3,1 \cdot 10^2 = 0,0484 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{IV} = N_{IV} l_{IV} / E A_2 = -8 \cdot 10^3 \cdot 0,4 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 \cdot 3,1 \cdot 10^2 = -0,0516 \text{ мм}$$

$$\Delta l_V = N_V l_{III} / E A_2 = -50 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 10^3 / 2 \cdot 10^5 \cdot 3,1 \cdot 10^2 = -0,161 \text{ мм}$$

$$\lambda = \Sigma \Delta l = 0,394 + 0,0484 - 0,0516 - 0,161 = 0,23 \text{ мм}$$

Брус удлиняется на 0,23мм.

В следующей задаче рассматривается система трех стержней одинакового поперечного сечения, поддерживающих абсолютно жесткую балку. Для наиболее нагруженного стержня следует найти допускаемое значение силы  $F$ , которая приложена к данной системе.

### Последовательность решения задачи:

- 1 Определить силы в стержнях, используя уравнения равновесия произвольной плоской системы сил, и сделать проверку правильности найденных реакций.
- 2 Определить допускаемое значение силы, нагружающей систему, используя условие прочности:

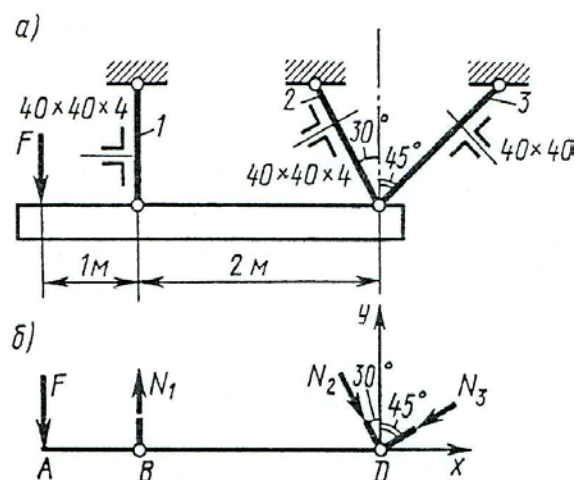
$$[N] \leq A [\sigma] \quad (4.3)$$

Стандартное значение площади равнобокого уголка, заданного в условии задачи, взять по ГОСТу 8609 - 86.

**Пример 4.2:** Абсолютно жесткая балка (рис 4.2) поддерживается тремя стержнями одинакового поперечного сечения, представляющего собой два равнобоких уголка с размерами 40x40x4. Определить допускаемое значение силы  $F$ , если  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ . Весом балки пренебречь.

### Решение:

- 1 Выбираем расчетную схему представляющую собой плоскую стержневую систему, для которой следует определить силы в стержне, используя уравнения равновесия произвольной плоской системы сил (рис 4.2),



$$\Sigma M_D = N_1 BD - F AD = 0$$

$$\Sigma X = N_2 \sin 30^\circ - N_3 \sin 45^\circ = 0$$

$$\Sigma M_B = -F AB + N_2 \cos 30^\circ BD + N_3 \cos 45^\circ BD = 0$$

Из (1):

$$N_1 = F AD / BD = F \cdot 3/2 = 1,5 F$$

$$N_2 = N_3 \sin 45^\circ / \sin 30^\circ = N_3 \cdot 0,707 / 0,5 = 1,41 N_3$$

$$-F AB + 1,41 N_3 \cos 30^\circ BD + N_3 \cos 45^\circ BD = 0.$$

$$N_3 = F AB / (1,41 \cos 30^\circ BD + \cos 45^\circ BD) = F \cdot 1 / (1,41 \cdot 0,866 + 0,707) = 0,26 F \quad (6)$$

$$N_2 = 1,41 N_3 = 1,41 \cdot 0,26 F = 0,366 F$$

Проверяем правильность реакции  $N_1, N_2, N_3$ .

$$\Sigma Y = -F - N_2 \cos 30^\circ - N_3 \cos 45^\circ + N_1 = -F - 0,366 \cdot 0,866 F -$$

$$- 0,26 \cdot 0,707 F + 1,5 F = 0$$

$\Sigma Y = 0$  следовательно, реакции стержней определены, верно.

2 Так как все три стержня по условию имеют одинаковое поперечное сечение, то допустимое значение силы  $F$  определяем для наиболее нагруженного стержня, каким является стержень 1.

Следовательно,  $N_{\max} = N_1 = 1,5 F$ . Исходя из условия прочности

$$[N] = 1,5 F = [\sigma] \cdot 2A \text{ и учитывая, что площадь равнобокого уголка}$$

40x40x4  $A = 3,08 \text{ см}^2$ , получаем значение допускаемой силы

$$F = \frac{[\sigma] \cdot 2A}{1,5} = \frac{160 \cdot 2 \cdot 3,08 \cdot 10^2}{1,5} = 65800 \text{ Н} = 65,8 \text{ кН}$$

### Задача 4.1 (рис 4.3)

Для заданного бруса построить эпюру продольных сил и определить размер поперечного сечения на обоих участках. Для материала бруса (Ст3) принять  $[\sigma_P] = 160 \text{ МПа}$   $[\sigma_C] = 120 \text{ МПа}$ .

Вариант №	1	6	8	10	11	16	18	20	21	26	28	30
Схема на рис 4.3	1	6	8	10	1	6	8	10	1	6	8	10

Для заданного бруса определить допустимое значение нагрузок  $F_1$  и  $F_2$  и построить эпюру продольных сил. Для материала бруса (Ст3) принять  $[\sigma_P] = 160 \text{ МПа}$  .  $[\sigma_C] = 120 \text{ МПа}$  . При решении считать, что на обоих участках бруса вид нагружения одинаков.

Вариант №	2	4	9	12	14	19	22	24	29
Схема на рис 4.3	2	4	9	2	4	9	2	4	9

Вариант: 3, 5, 7, 13, 15, 17, 23, 25, 27 (схема на рис 4.3 - 3, 5, 7).

Для заданного бруса построить эпюру продольных сил и проверить прочность на обоих участках. Для материала бруса (Ст3) принять  $[\sigma_P] = 160 \text{ МПа}$  .  $[\sigma_C] = 120 \text{ МПа}$  .

Вариант №	3	5	7	13	15	17	23	25	27
Схема на рис 4.3	3	5	7	3	5	7	3	5	7



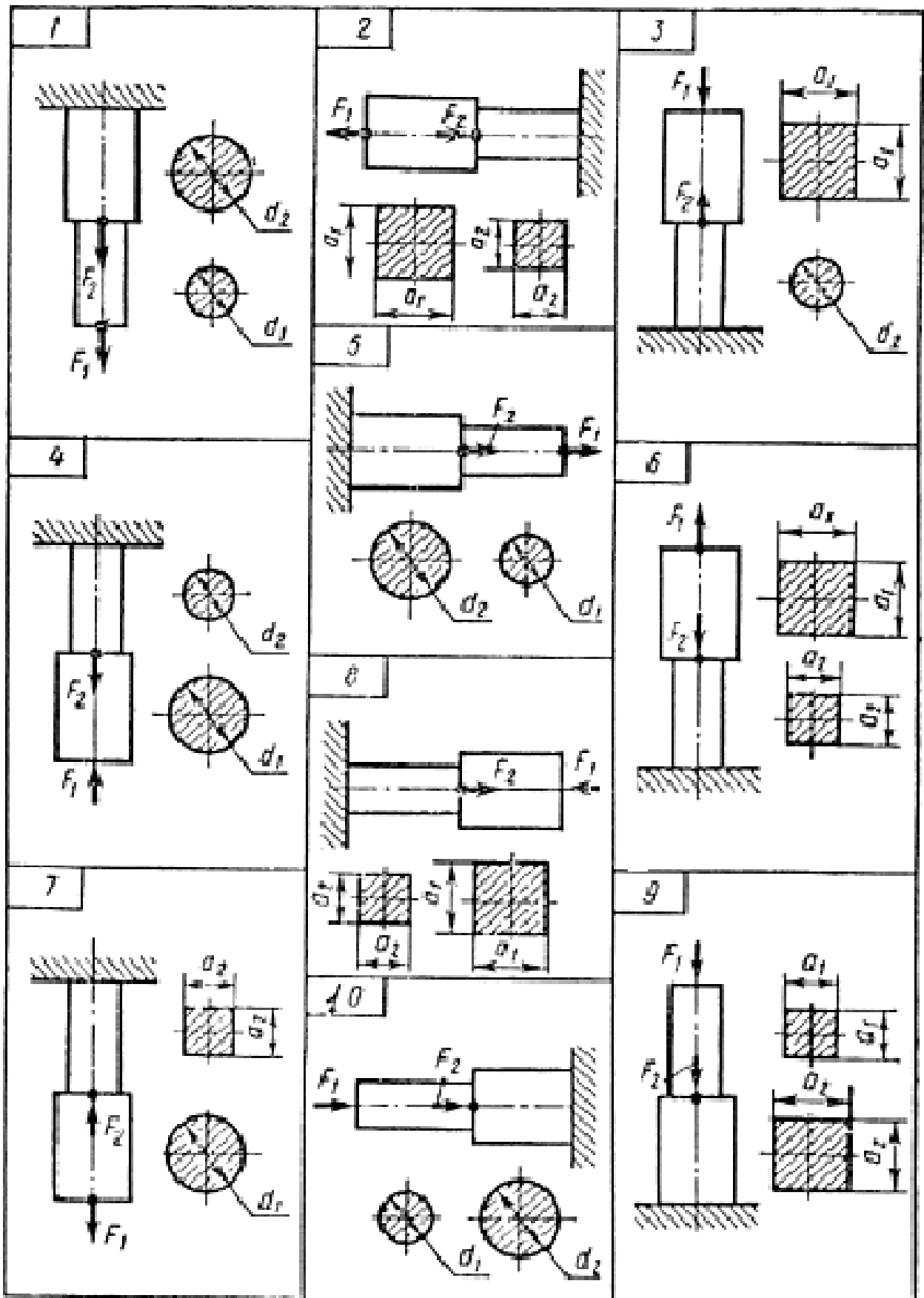


Рис 4.3

### Задача 4.2 (рис 4.4)

Двухступенчатый стальной брус, нагруженный силами  $F_1, F_2, F_3$ .  
 Построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса. Определить перемещение свободного конца бруса, приняв  $E=2 \cdot 10^5$  МПа

Вариант №	Схема на рис 4.5	$F_1, \text{кН}$	$F_2, \text{кН}$	$F_3, \text{кН}$	$A_1, \text{см}$	$A_2, \text{см}$
1	1	30	10	5	1,8	3,2
2	2	20	8	4	2,0	2,8
3	3	8	13	14,5	0,6	2,1
4	4	26	9	3	1,9	1,6
5	5	20	18	12	2,5	2,2
6	6	26	20	10	4,6	2,4
7	7	20	17	10	2,2	2,7
8	8	10	12	13	0,9	0,7
9	9	40	55	24	2,8	3,4
10	10	15	1,1	34	0,8	0,5
11	1	16	15	10	1,1	1,8
12	2	12	5	3	1,0	1,5
13	3	15	24	29	1,3	3,9
14	4	14	5	1,5	1,0	0,7
15	5	18	17	9	2,0	1,7
16	6	20	15	6	3,0	2,1
17	7	14	10	6	1,7	2,3
18	8	17	19	20	1,6	1,4
19	9	31	46	20	1,9	2,5
20	10	30	4	56	2,0	1,5
21	1	17	13	8	1,0	2,2
22	2	18	10	5	1,9	2,7
23	3	9	14	16	0,8	2,4
24	4	24	10	3,5	2,0	1,7
25	5	18	20	14	2,3	1,9
26	6	30	23	14	5,1	2,9
27	7	12	8	4	1,6	2,2
28	8	9	11	12	1,0	0,8
29	9	25	41	18	1,6	2,1
30	10	30	3	58	2,0	1,6

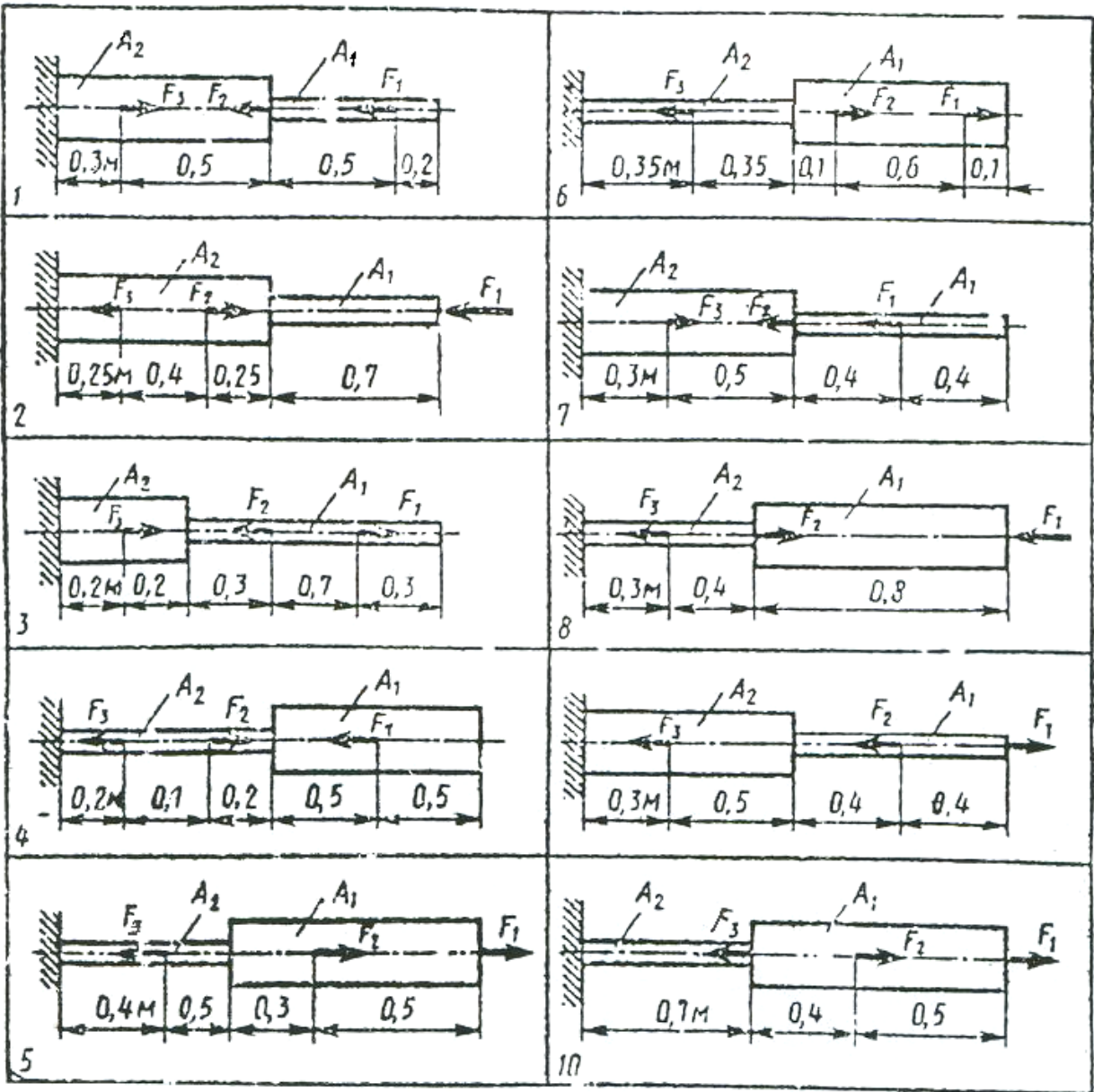


Рис 4.4

### Задача 4.3 (рис 4.5)

Для стержней кронштейна, выполненных из прокатного профиля (равнополочного уголка), подобрать размеры поперечного сечения. Определить также удлинение (укорочение) стержня ВС. Для материала стержней (Ст3) принять  $[\sigma_P] = 160 \text{ МПа}$ .  $[\sigma_C] = 120 \text{ МПа}$  и модуль продольной упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Вариант №	1	2	3	4	11	12	13	14	21	22	23	24
Схема на рис 4.5	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4

Для стержней удерживающих жесткую балку и выполненных из прокатного профиля (сдвоенных равнополочных уголков, швеллера, или двутавра), подобрать размеры поперечного сечения. Определить также удлинение (укорочение) стержня ВС. Для материала стержней (Ст3) принять  $[\sigma_P] = 160 \text{ МПа}$ .  $[\sigma_C] = 120 \text{ МПа}$  и модуль продольной упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Вариант №	5	6	15	16	25	26
Схема на рис 4.5	1	6	1	6	1	6

Для стержней ВС, удерживающего жесткую балку и выполненных из прокатного профиля (сдвоенных равнополочных уголков, швеллера, или двутавра), подобрать размеры поперечного сечения и определить удлинение (укорочение) стержня. Для материала стержней (Ст3) принять  $[\sigma_P] = 160 \text{ МПа}$ .  $[\sigma_C] = 120 \text{ МПа}$  и модуль продольной упругости  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Вариант №	7	8	9	10	17	18	19	20	27	28	29	30
Схема на рис 4.5	7	8	9	10	7	8	9	10	7	8	9	10

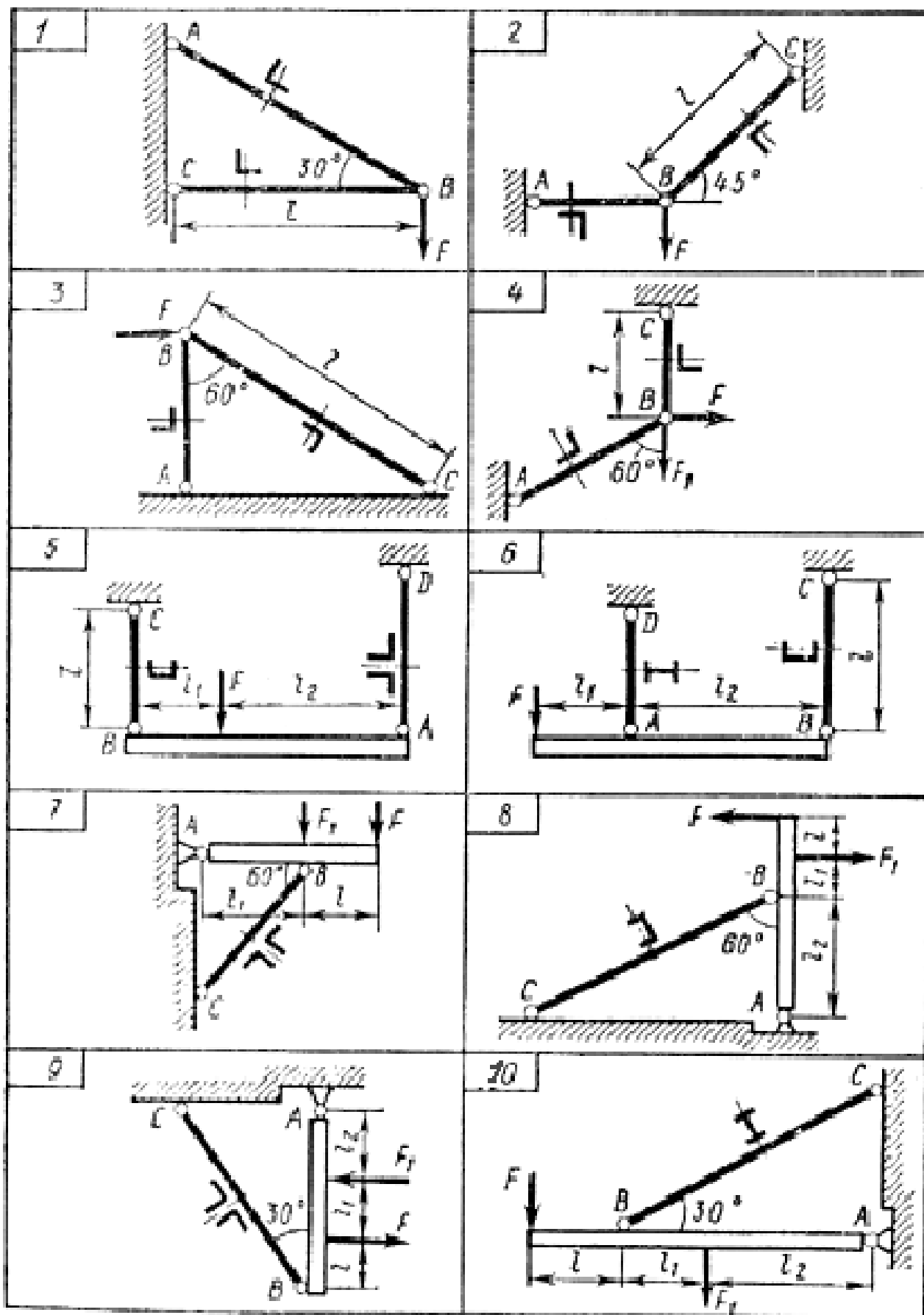


Рис 4.5

### Задача 4.4 (рис 4.6)

Для заданного бруса построить эпюру продольных сил и подобрать размеры поперечного сечения на каждом из двух участков.

#### Вопросы:

1 Во сколько раз большую нагрузку на брус можно допустить при увеличении размеров сечения в 2 раз?

2 Во сколько раз возрастут при этом затраты материала?

3 Определить изменение длины бруса. Для материала бруса (Ст3) принять

$[\sigma_p] = 160 \text{ МПа}$  .  $[\sigma_c] = 120 \text{ МПа}$  и модуль продольной упругости

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

Вариант №	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M	l <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>	Вариант №	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M	l <sub>1</sub>	l <sub>2</sub>
	кН		кН м	м			кН		кН м	м	
1	3	5	-	0,1	0,3	16	8	-	22	0,4	0,8
2	13	3	-	0,3	0,5	17	10	-	18	0,4	0,6
3	11	5	-	0,5	0,7	18	12	-	2	0,2	0,4
4	9	3	-	0,7	0,7	19	16	-	4	0,8	0,2
5	5	9	-	0,7	0,9	20	6	-	16	0,2	0,6
6	13	-	1	0,5	0,5	21	15	-	3	0,9	0,9
7	15	-	3	0,9	0,9	22	11	5	-	0,5	0,7
8	7	-	19	0,7	0,3	23	2	12	-	0,4	0,2
9	9	-	23	0,7	0,5	24	16	-	4	0,8	0,2
10	15	-	5	0,5	0,5	25	6	2	-	0,4	0,4
11	6	8	-	0,6	0,6	26	9	-	23	0,7	0,5
12	4	10	-	0,6	0,4	27	4	10	-	0,6	0,4
13	2	12	-	0,4	0,2	28	8	-	22	0,4	0,8
14	6	2	-	0,4	0,4	29	5	9	-	0,7	0,9
15	20	4	-	0,6	0,2	30	12	-	2	0,2	0,4

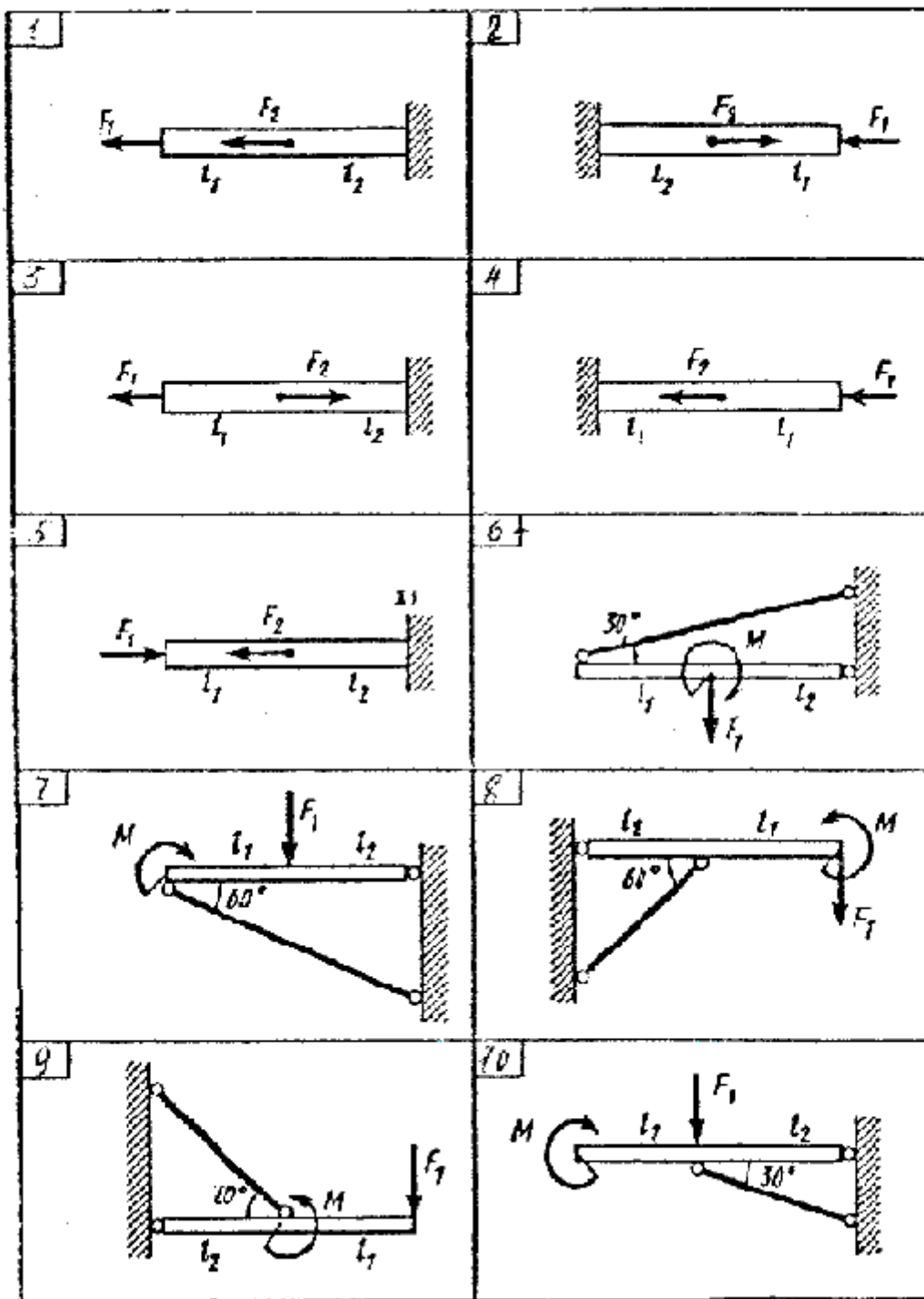


Рис 4.6

## Практическая работа № 5 «Раскрытие статической неопределимости системы»

Эта практическая работа решается студентами, если они ясно представляют смысл условия прочности при растяжении (сжатии). Они должны знать, что исходя из условия прочности, можно производить три вида расчетов:

а) проверочный, при котором проверяется, выполнено ли условие прочности:  
$$\sigma < [\sigma] \text{ (или } n \geq [n]) \quad (5.5)$$

б) определение допускаемой нагрузки;

в) проектный, при котором определяются необходимые размеры поперечных сечений бруса, обеспечивающих заданную прочность.

Студент должен уметь пользоваться всеми необходимыми формулами, расчетными зависимостями и правильно выполнять вычисления.

В задачах рассматриваются статически неопределимые системы с числом неизвестных реакций связей, на единицу превышающих число уравнений статики (уравнений равновесия), которые можно составить для этой системы (задачи - один раз статически неопределимые).

### Последовательность решения задачи:

1 Брус, равновесие которого рассматривается, освободить от связей и заменить действие связей их реакциями; определить степень статической неопределимости как разность между количеством неизвестных и числом уравнений статики.

2 Составить уравнение равновесия; в него войдут обе неизвестные реакции связей, без которых невозможно определить продольные силы, возникающие в бруске или стержне.

3 Рассмотреть картину перемещений системы и на основе ее рассмотрения с геометрической точки зрения составить уравнение перемещений, в которое войдут те же неизвестные реакции, что и в уравнениях статики. Причем перемещения (удлинения или укорочения) участков бруса определяем по формуле Гука:

$$\lambda = \sum \Delta l_i = Nl/AE \quad (5.2)$$

4 Уравнение статики и уравнение перемещений решить совместно и определить искомые реакции связей.

5 Определить внутренние силовые факторы (продольные силы) в частях деформируемого бруса или в стержнях или же (если в задаче требуется определить допускаемую нагрузку) выразить продольные силы через искомую нагрузку.

6 Произвести заданный в условии задачи расчет.

**Пример 5.1** Для стального бруса, жестко заделанного двумя концами и нагруженного, как указано на рис 5.1, а, необходимо определить из расчета на прочность площадь поперечного сечения, приняв  $P=15 \text{ кН}$ ,  $[\sigma] = 75 \text{ Н/мм}^2$ .



**Решение:** Заменяем верхнюю и нижнюю заделки силами реакций связей  $R_B$  и  $R_H$ . Составим уравнение равновесия:  $\sum Y_i = R_B - 4P + 6P - R_H = 0$

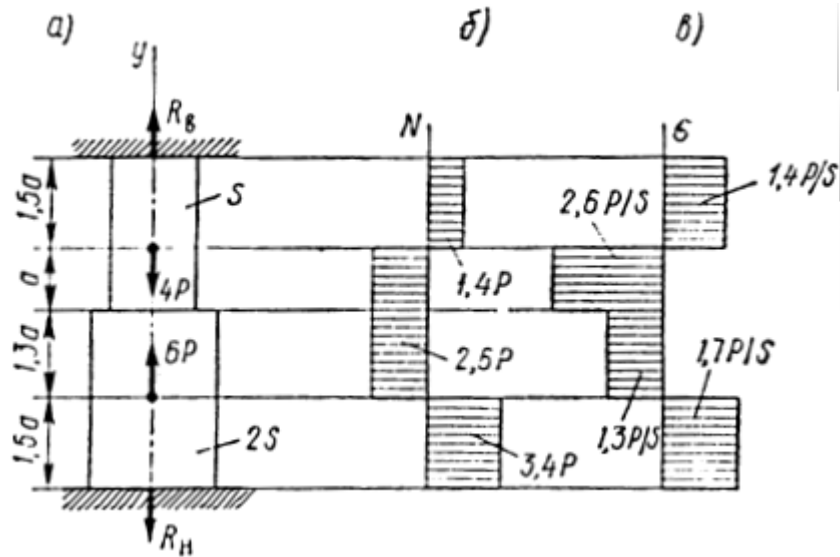


Рис 5.1

Видим, что в уравнение равновесия входят две неизвестные силы. Задача один раз статически неопределима. Для раскрытия статической неопределимости необходимо составить уравнение перемещений. Для этого отбросим одну из опор, например нижнюю, и заменим ее действие силой реакции. Получим статически определимый брус, на который кроме сил  $4P$  и  $6P$  действует неизвестная сила  $R_H$ . Воспользуемся принципом независимости действия сил и запишем перемещение нижнего сечения от каждой силы в отдельности. Нижнее сечение могло бы переместиться от действия каждой силы настолько, насколько каждая сила деформирует брус на участке от ее точки приложения до верхней заделки. На самом деле нижнее сечение заделано и не имеет возможности перемещаться, а потому алгебраическая сумма перемещений от всех сил равна нулю. Разбивая брус на участки постоянной жесткости, получим уравнение

$$\frac{R_H \cdot 3a}{E2S} + \frac{R_H \cdot 2,5a}{ES} - \frac{6P \cdot 1,5a}{E2S} - \frac{6P \cdot 2,5a}{ES} + \frac{4P \cdot 1,5a}{ES} = 0$$

откуда  $R_H = 3,4P$ .

Далее строим эпюру  $N$  и  $\sigma$  (рис 5.1 в), как указывалось в практической работе № 4 (пример 4.1).

Из эпюры нормальных напряжений видно, что  $\sigma_{\max} = 2,6P/S$ . Запишем условие прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{S} \leq [\sigma], \text{ откуда } S \geq \frac{2,6P}{[\sigma]} = \frac{2,6 \cdot 15000}{75} = 520 \text{ мм}^2$$

**Пример 5.2** Проверить прочность тяг, поддерживающих весьма жесткую балку, изгибом которой можно пренебречь. Балка шарнирно укреплена в стене,

как указано на рис 5.2, а. Тяги одинакового поперечного сечения площадью  $S=2,4 \text{ см}^2$  выполнены из стали, допускаемое напряжение для которой задано  $[\sigma]=120 \text{ Н/мм}^2$ .

**Решение:** Условно освободим балку от связей. Для этого отбросим опоры и заменим их действие реакциями  $R_A, R_B, R_C$ . Силы, действующие на балку, представляют собой систему параллельных сил, для которой можно составить два независимых уравнения равновесия:

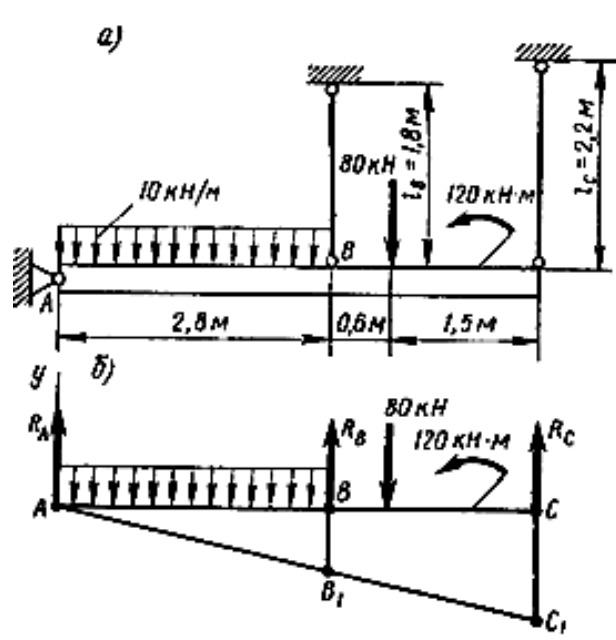


Рис 5.2

$$\sum Y_i = R_A - 10 \cdot 2,8 - 80 + R_B + R_C = 0;$$

$$\sum M_A = 10 \cdot 2,8 \cdot 1,4 - R_B \cdot 2,8 + 80 \cdot 3,4 - 120 - R_C \cdot 4,9 = 0$$

Уравнений равновесия два, а неизвестных - три, следовательно, система один раз статически неопределима. Составим уравнение перемещений. Балка повернется вокруг точки А на некоторый угол, не деформируясь, и примет некоторое наклонное положение (рис 5.2). Вертикальные перемещения шарниров В и С соответственно равны удлинению тяг, вызванному действием на них растягивающих сил, равных и противоположно направленных реакциям  $R_B$  и  $R_C$ . Выразим удлинение стержней:

$$\Delta l_B = \frac{R_B l_B}{ES}; \quad \Delta l_C = \frac{R_C l_C}{ES}$$

Из подобия треугольников  $ABB_1$  и  $ACC_1$  получим:

$$\frac{\Delta l_B}{2,8} = \frac{\Delta l_C}{4,9}, \text{ откуда } 4,9\Delta l_B = 2,8\Delta l_C$$

$$4,9 \frac{R_B l_B}{ES} = 2,8 \frac{R_C l_C}{ES}$$

Жесткость сечений тяг одинакова, поэтому  $4,9R_B l_B = 2,8R_C l_C$ .

Подставим значение  $l_B$  и  $l_C$  и получим зависимость между реакциями  $R_B$  и  $R_C$ :

$$4,9R_B \times$$

$$\times 1,8R_C = 2,8R_C \times 2,2, \text{ откуда } R_C = 1,43R_B.$$

Подставив найденное выражение в уравнение моментов, получим  $R_B = 19,5$  кН, тогда  $R_C = 28$  кН.

Более нагружена тяга С найдем напряжения растяжения в ней

$$\sigma = \frac{R_C}{S} = \frac{2800}{240} = 116 \text{ Н/мм}^2$$

это меньше допускаемого напряжения, значит, прочность тяг обеспечена.

Более нагружена тяга С найдем напряжения растяжения в ней:

$$\sigma = \frac{R_C}{S} = \frac{2800}{240} = 116 \text{ Н/мм}^2$$

это меньше допускаемого напряжения, значит, прочность тяг обеспечена.

### Задача 5.1 (рис 5.3)

Для данного двухступенчатого бруса раскрыть статическую неопределимость, построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений по длине бруса и определить, на сколько процентов или недогружен брус в опасном сечении. Приняв  $E=2 \cdot 10^5$  МПа;  $[\sigma]=160$  МПа.

Вариант №	1	2	3	11	12	13	21	22	23
Схема на рис 5.3	1	2	3	1	2	3	1	2	3

Определить из условия прочности допускаемое значение силы для заданного стального бруса постоянного поперечного сечения. Определив допускаемое значение силы  $F$ , построить по длине бруса эпюры продольных сил и нормальных напряжений. Приняв  $E=2 \cdot 10^5$  МПа,  $[\sigma]=160$  МПа.

Вариант №	4	5	6	14	15	16	24	25	26
Схема на рис 5.3	4	5	6	4	5	6	4	5	6

Из условия прочности определить размер поперечного сечения стальных стержней, удерживающих в равновесии абсолютно жёсткий брус, шарнирно закреплённый одним концом, если  $[\sigma]=160$  МПа,  $E=2 \cdot 10^5$  МПа. Определить площадь  $A$ , найти напряжения в поперечных сечениях стержней.

Вариант №	7	8	17	18	27	28	10	20	30
Схема на рис 5.3	7	8	7	8	7	8	7	8	7

Конструкция, состоящая из трёх стальных стержней, соединённых шарнирно, нагружена силой  $F$ . Все стержни имеют одну и ту же площадь поперечного сечения  $A$ . Принять  $[\sigma]=160$  МПа. В задаче 9 определить силы в стержнях и найти площадь поперечного сечения  $A$  из условия прочности. В задаче 10 определить в стержнях и перемещение шарнира  $O$ .

Для задачи 9:  $\ell=1$  м;  $\alpha=30^\circ$ ;  $F=30$  кН.

Для задачи 10:  $\ell=1,5$  м;  $\alpha=35^\circ$ ;  $F=40$  кН.

Вариант №	9	19	29
Схема на рис 5.3	9	9	9

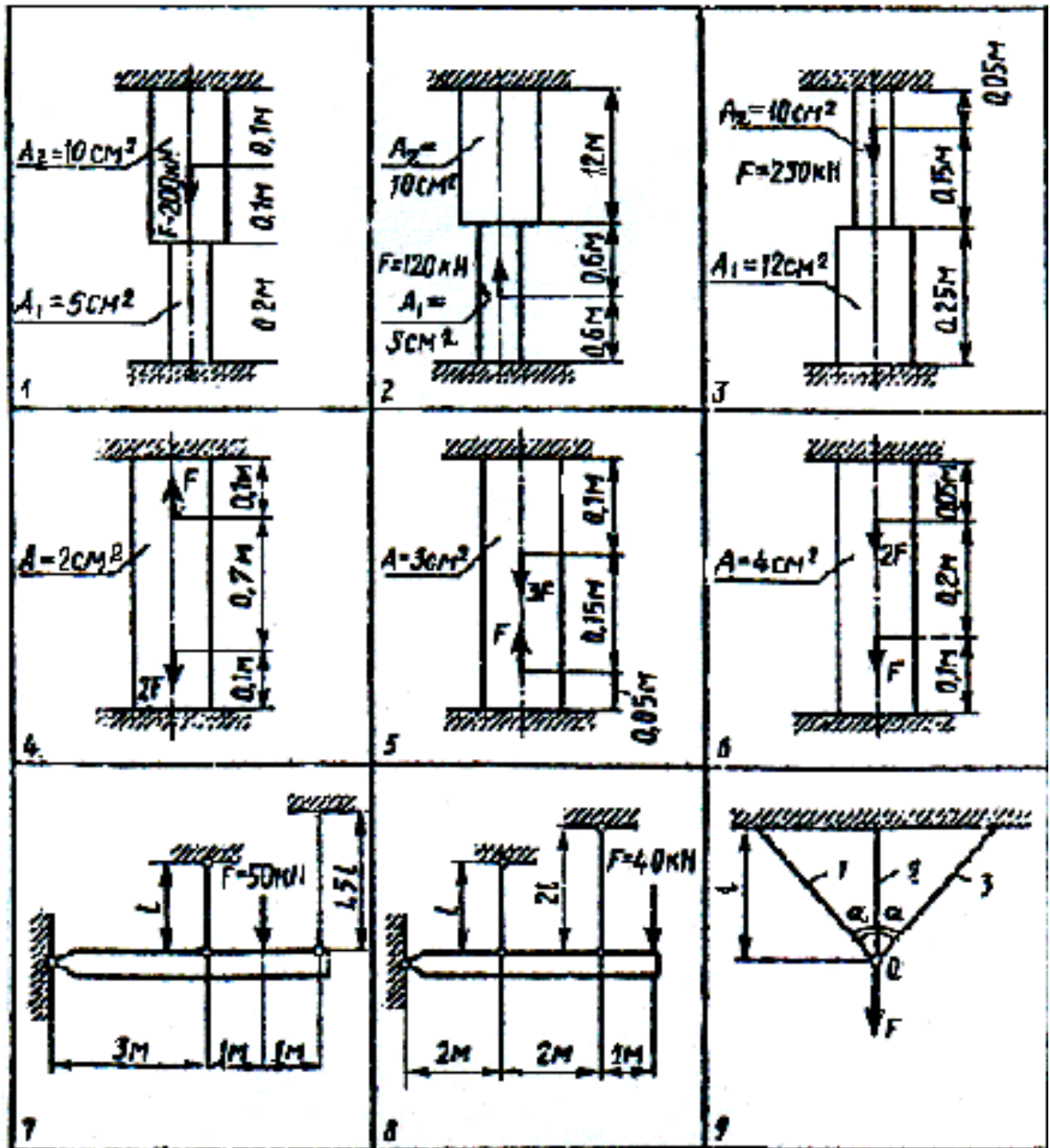


Рис 5.3

### Задача 5.2 (рис 5.4)

Определить требуемый размер поперечного сечения стальных стержней, удерживающих в равновесии горизонтальный жесткий брус, шарнирно закрепленный одним концом, если  $[\sigma]=160$  МПа. Определить требуемое значение площади  $A$ , найти напряжения в поперечных сечениях обоих стержней.

Вариант №	Схема на рис 5.4	F, кН	M, кН•м	Вариант №	Схема на рис 5.4	F, кН	M, кН•м
1	I	12	22	16	VI	38	42
2	II	4	21	17	VII	40	15
3	III	18	30	18	VIII	60	50
4	IV	10	45	19	IX	30	42
5	V	10	18	20	X	25	32
6	VI	40	45	21	I	20	36
7	VII	8	35	22	II	20	50
8	VIII	32	40	23	III	32	52
9	IX	25	38	24	IV	15	30
10	X	65	38	25	V	24	30
11	I	18	40	26	VI	35	25
12	II	16	48	27	VII	35	18
13	III	40	80	28	VIII	31	20
14	IV	12	30	29	IX	42	32
15	V	20	18	30	X	50	42

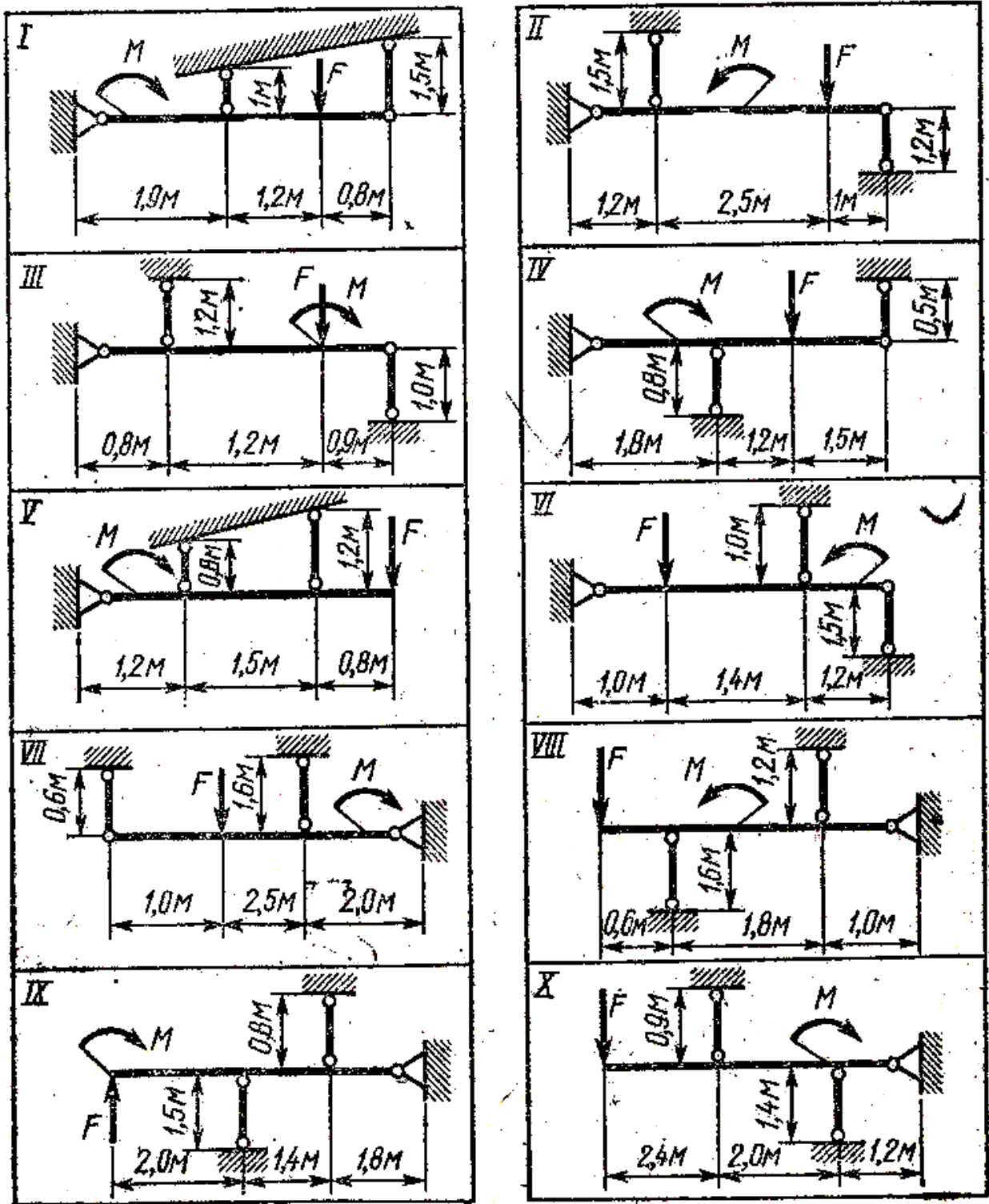


Рис 5.4

## Практическая работа №6 «Определение главных центральных моментов инерции составного сечения»

К решению этой практической работы следует приступить после изучения темы «Геометрические характеристики плоских сечений» и внимательного разбора **примеров 6.1 и 6.2**. Рассматривая вопросы прочности элементов конструкций, работающих на растяжение (сжатие), срез, смятие и кручение, можно было убедиться в том, что площадь поперечного сечения элемента не всегда является геометрической характеристикой их прочности и жесткости. Так, при работе вала на кручение его прочность и жесткость зависят от полярного момента сопротивления сечения и полярного момента инерции. В дальнейшем, изучая тему «Изгиб», предстоит ознакомиться с новой геометрической характеристикой - осевым моментом сопротивления и осевым моментом инерции сечения.

Решение задач на определение осевых моментов инерции сечения можно представить в виде следующих этапов:

1 Сложная фигура разбивается на простейшие. К простейшим относятся фигуры, центр тяжести и моменты инерции которых относительно их главных центральных осей или известны, или легко вычисляются по формулам. К ним относятся такие плоские фигуры, как прямоугольник, треугольник, круг и прокатные профили.

Проводятся главные центральные оси всей фигуры.

2 Вычисляются осевые моменты инерции каждой простейшей фигуры относительно собственных главных центральных осей, параллельных главным центральным осям всей фигуры.

3 Пользуясь теоремой о параллельном переносе осей, вычисляются моменты инерции каждой простейшей фигуры относительно главных центральных осей всей фигуры.

4 Вычисляются моменты инерции всей фигуры относительно главных осей.

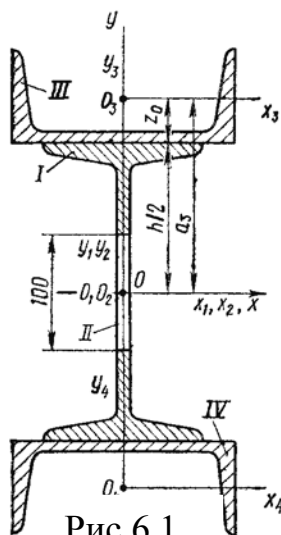


Рис 6.1

**Пример 6.1** Вычислить главные центральные моменты инерции плоского сечения, представленного на рис. 6.1  
**Решение:** Разделим плоское сечение на простейшие элементы: I двутавр № 20 сплошного сечения без выреза; II вырез прямоугольного сечения; III и IV - швеллеры № 16.

Представленная на рис 6.1 фигура имеет две оси симметрии, поэтому центр тяжести находится на их пересечении. Проведем главные центральные оси инерции  $x$  и  $y$ .



Через центры тяжести  $O_1, O_2, O_3, O_4$  каждой простейшей фигуры (элемента) проведем оси  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$  параллельно главным центральным осям и определим моменты инерции каждого элемента относительно своих осей:

$$I_x = 1840 \text{ см}^4$$

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{0,52 \cdot 10^3}{12} = 43,3 \text{ см}^4$$

$$I_x = 63,3 \text{ см}^4$$

(Подстрочные индексы означают, относительно какой оси вычисляются моменты инерции, надстрочный - какой фигуры.)

Осевые моменты инерции для двутавра и швеллера берутся по ГОСТу. Заметим, что в таблице ГОСТа швеллер расположен иначе, и поэтому  $I = I_y$  табличное. В дальнейшем при пользовании таблицами нельзя относиться формально к совпадению индексов моментов инерции.

Найдем моменты инерции каждой фигуры относительно главной центральной оси  $x$ . Заметим, что оси  $x_1$  и  $x_2$  совпадают с главной центральной осью инерции, а  $x_3$  и  $x_4$  не совпадают, поэтому для вычисления  $I$  и  $I$  необходимо воспользоваться формулой моментов инерции относительно параллельных осей:

$$I = I_y = 1840 \text{ см}^4$$

$$I = I_x = 43,3 \text{ см}^4$$

$$I = I_y = I_y + S_y a^2 = 63,3 + 18,1 \cdot 11,8^2 = 2580 \text{ см}^4$$

Теперь можно вычислить момент инерции всей фигуры относительно главной центральной оси  $x$ , имея в виду, что момент инерции выреза необходимо взять с отрицательным знаком:

$$I_x = I_x - I_x + 2I_y = 1840 - 433 - 2 \cdot 2580 = 6957 \text{ см}^4$$

Для швеллера и двутавра значения выбираются по ГОСТу:  $I_y = 115 \text{ см}^4$ ,  $I_y = 747 \text{ см}^4$ , а  $I_y$  практически можно пренебречь, так как

$$I_y = \frac{hb^3}{12} = \frac{10 \cdot 0,52^3}{12} = 0,12 \text{ см}^4$$

$$\text{тогда } I_y = I_y + 2I_y = 115 + 2 \cdot 747 = 1609 \text{ см}^4$$

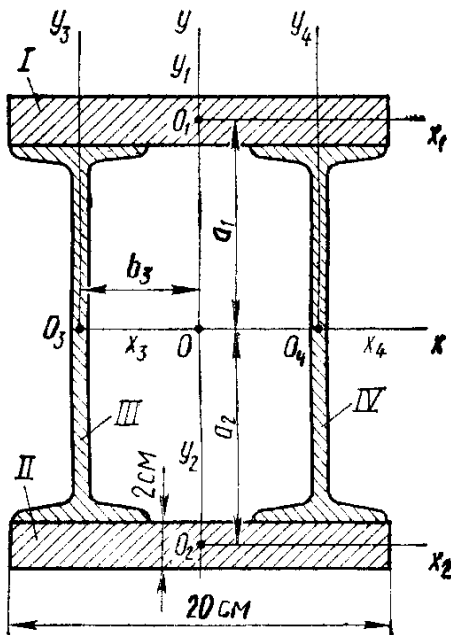


Рис 6.2

**Пример 6.2** Вычислить главные центральные моменты инерции сечения, изображенного на рис. 6.2

**Решение:** Разобьем фигуру на четыре простейших элемента: I и II прямоугольники; III и IV - двутавр № 18. В целом сечение имеет две оси симметрии, поэтому центр тяжести находится в точке пересечения этих осей. Проведем главные центральные оси инерции  $x, y$  и через центры тяжести каждого простейшего элемента проведем оси  $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$  параллельно главным осям инерции всей фигуры. Вычислим моменты инерции для каждого простейшего элемента (фигуры) относительно их собственных осей инерции:

$$I = I_x = bh^3/12 = 20 \cdot 2^3/12 = 13 \text{ см}^4$$

$$I = I_x = I_{x \text{ табл.}} = 1290 \text{ см}^4$$

Найдем моменты инерции каждой простейшей фигуры относительно главной оси  $x$  всего сечения. Расстояние  $a_1$  между осями  $x_1$  и  $x$  равно сумме половины высоты двутавра и половине высоты прямоугольника:

$$a_1 = a_2 = \frac{18}{2} + \frac{2}{2} = 10 \text{ см}; \quad S_1 = S_2 = 2 \cdot 10 = 20 \text{ см}^2$$

$$\text{Тогда } I_x = I_x = I_x + S_1 a^2 = 13 + 20 \cdot 10^2 = 2013 \text{ см}^4$$

Оси  $x_3, x_4$  совпадают с осью  $x$ , поэтому  $I = I_x = 1290 \text{ см}^4$ .

Теперь можно найти момент инерции всей фигуры относительно оси  $x$ :

$$I_x = 2I_x + 2I_x = 2 \cdot 2013 + 2 \cdot 1290 = 6606 \text{ см}^4.$$

Найдем моменты инерции относительно осей, параллельных оси  $y$  и проходящих через центр тяжести каждой простейшей фигуры:

$$I = I_y = bh^3/12 = 2 \cdot 20^3/12 = 1330 \text{ см}^4,$$

$I = I_y = 82,6 \text{ см}^4$  (ГОСТ 8239 - 93) Вычислим момент инерции каждой простейшей фигуры относительно главной центральной оси  $y$  всей фигуры.

Заметим, что оси  $y_1$  и  $y_2$  совпадают с осью  $y$ , поэтому  $I_y = I_y$ . Оси  $y_3$  и  $y_4$  не совпадают с осью  $y$ , обозначим расстояние между осями  $y_3$  и  $y_4$  через  $b_3$  (рис. 6.2), тогда  $I_y = I_y + S_3 b_3^2$ .

Выбираем площадь третьей фигуры  $S_3$  (ГОСТ 8239 - 93), имеем  $S_3 = 23,4 \text{ см}^2$ . Расстояние  $b_3$  равно разности половины ширины прямоугольника и половины ширины полки двутавра:

$$\text{Тогда } I_y = 80,2 + 23,4 \cdot 5,5^2 = 788 \text{ см}^4.$$

Теперь можно вычислить момент инерции всей фигуры относительно

оси у:  $I_y = 2 I_y + 2 I_y = 2 \cdot 1330 + 2 \cdot 788 = 4236 \text{ см}^4$

**Задача 6.1 (рис 6.3)**

Вычислить главные центральные моменты инерции плоского сечения.

Таблица 6.1

Вариант №	Двутавр №	Швеллер №	Швеллер №	a	b	Схема на рис.6.3
				мм		
1		14		160	20	1
2		40		120	20	2
3		8		100	10	3
4	36		7/4,5(70x45x5)			4
5		24		180	60	5
6			7,5(45x8)	220	20	6
7	22	22				7
8	16			50	20	8
9	40	36				9
10		24	4,5/(45x5)			10
11		14		160	20	1
12		40		120	20	2
13		8		100	10	3
14	36		7/4,5(70x45x5)			4
15		24		180	60	5
16			7,5(45x8)	220	20	6
17	22	22				7
18	16			50	20	8
19	40	36				9
20		24	4,5/(45x5)			10
21		14		160	20	1
22		40		120	20	2
23		8		100	10	3
24	36		7/4,5(70x45x5)			4
25		24		180	60	5
26			7,5(45x8)	220	20	6
27	22	22				7
28	16			50	20	8
29	40	36				9
30		24	4,5/(45x5)			10

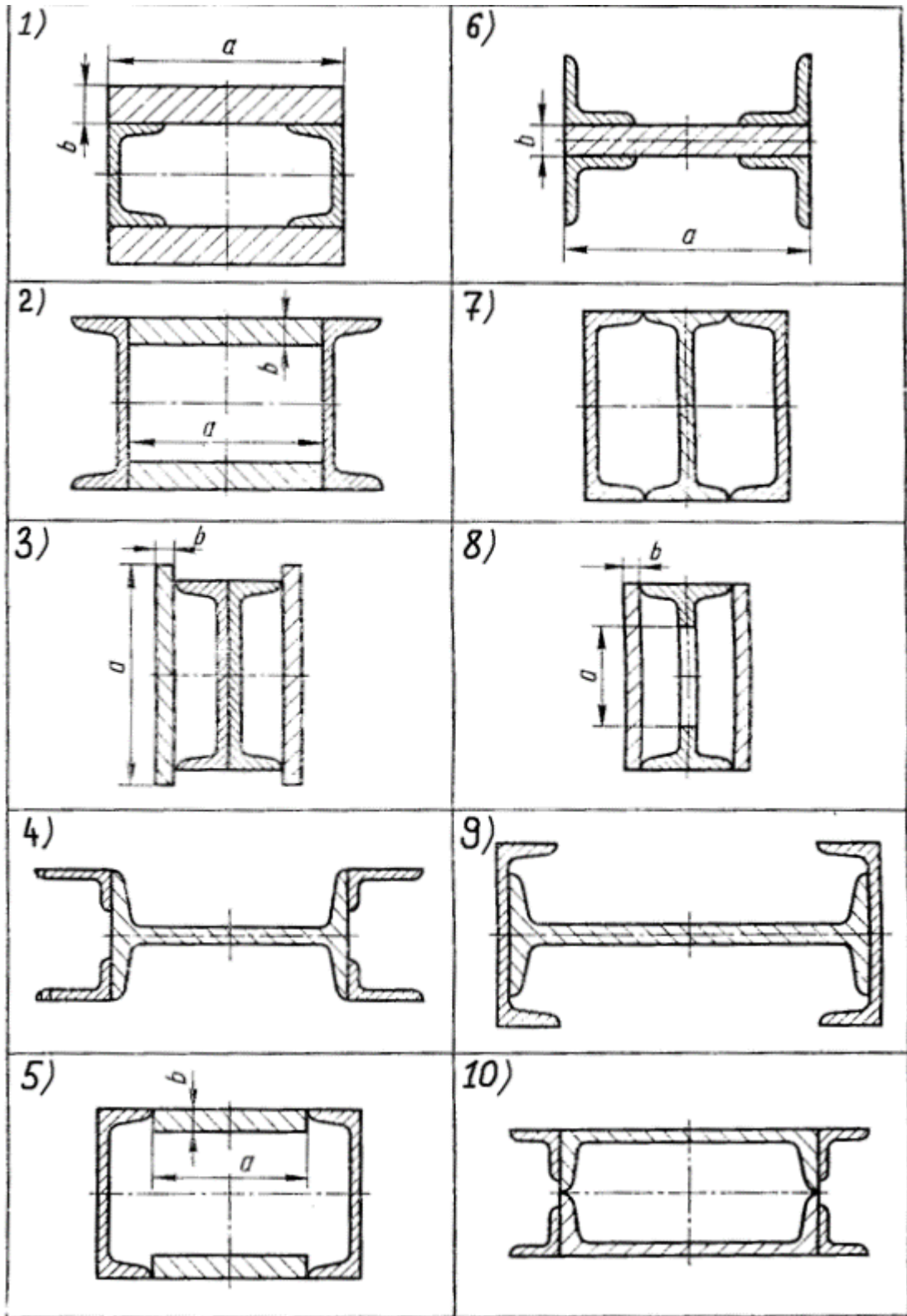


Рис 6.3

### Задача 6.2 (рис 6.4)

Для заданного сечения из прокатных профилей, определить главные центральные моменты инерции.

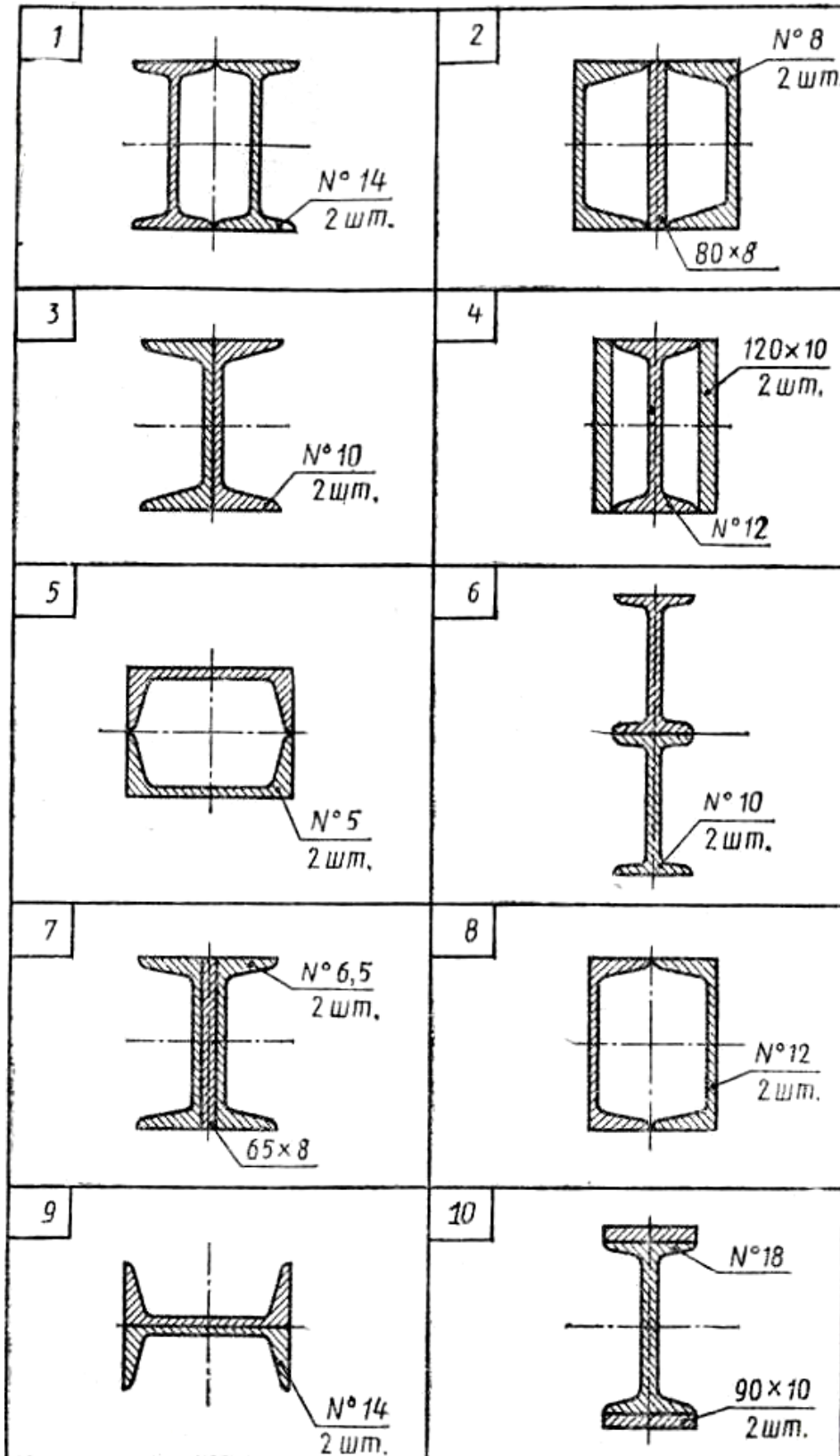


Рис 6.4

## Практическая работа №7 «Расчет бруса на кручение»

К решению практической работы №7 следует приступить после изучения темы «Кручение».

Кручением называют такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – крутящий момент  $M_{кр}$  (или  $M_z$ ).

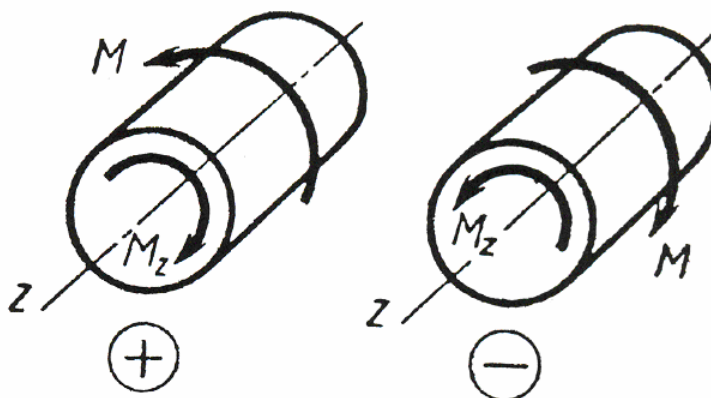
Крутящий момент в произвольном сечении бруса равен алгебраической сумме внешних моментов, действующих на отсеченную часть:  $M_{кр} = \sum M_i$  (имеется в виду, что плоскости действия всех внешних скручивающих моментов  $M_i$ , перпендикулярны продольной оси бруса).

Будем считать крутящий момент положительным, если он представляется направленным по часовой стрелке. Соответствующий внешний момент направлен против часовой стрелки (рис. 7.1).

В задаче необходимо выполнить проектный расчет вала круглого или кольцевого поперечного сечения из условий прочности и из условий жесткости; из двух полученных значений диаметров следует выбрать наибольшее значение

### Последовательность решения задачи:

- 1 Определить внешние скручивающие моменты по формуле  $M = P/\omega$ , где  $P$  – мощность,  $\omega$  – угловая скорость.
- 2 Определить уравновешивающий момент, используя уравнение равновесия  $\sum M_i = 0$ , так как при равномерном вращении вала алгебраическая сумма приложенных к нему внешних скручивающих (вращающих) моментов равна нулю.
- 3 Пользуясь методом сечений, построить эпюру крутящих моментов по длине вала.
- 4 Для участка вала, в котором возникает наибольший крутящий момент, определить диаметр вала круглого или кольцевого сечения из условия прочности и жесткости. Для кольцевого сечения вала принять соотношение диаметров  $c = d_0/d$ , где  $d_0$  – внутренний диаметр кольца;  $d$  – наружный диаметр кольца.



**Из условия прочности:**

$$W_p \geq \frac{M_{z \max}}{[\tau_k]}, \quad (7.1)$$

где  $M_{z \max}$  – наибольший крутящий момент, Н м;  $W_p$  – полярный момент сопротивления, м<sup>3</sup>, см<sup>3</sup>, мм<sup>3</sup>;  $[\tau_k]$  – допускаемое касательное напряжение, Па, МПа.

*Сечение вала – круг*

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}, \quad (7.2)$$

Необходимый по прочности диаметр вала

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z \max}}{\pi[\tau_k]}}, \quad (7.3)$$

*Сечение вала – кольцо*

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16}(1 - c^4), \quad (7.4)$$

Необходимый по прочности наружный диаметр кольца

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z \max}}{\pi[\tau_k](1 - c^4)}}, \quad (7.5)$$

**Из условия жёсткости:**

$$I_p \geq \frac{M_{z \max}}{G[\varphi_0]}, \quad (7.6)$$

где  $I_p$  – полярный момент инерции сечения, м<sup>4</sup>, см<sup>4</sup>, мм<sup>4</sup>;  $G$  – модуль сдвига, Па, МПа;  $[\varphi_0]$  – допускаемый относительный угол закручивания сечения, рад/м.

*Сечение вала – круг*

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}, \quad (7.7)$$

Необходимый по жёсткости диаметр вала

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z \max}}{\pi G[\varphi_0]}}, \quad (7.8)$$

*Сечение вала – кольцо*

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4), \quad (7.9)$$

Необходимый по жёсткости наружный диаметр кольца

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z \max}}{\pi G[\varphi_0](1 - c^4)}}, \quad (7.10)$$

**Пример 7.1** Для стального вала (рис 7.2, а) постоянного по длине сечения требуется

- 1) определить значение моментов  $M_2$  и  $M_3$ , соответствующие передаваемым мощностям  $P_2$  и  $P_3$ , а также уравнивающий момент  $M_1$ ;
- 2) построить эпюру крутящих моментов;
- 3) определить требуемый диаметр вала из расчетов на прочность и жёсткость, полагая по варианту (а) поперечное сечение вала – круг; по варианту (б) – поперечное сечение вала – кольцо, имеющее соотношение диаметров  $c = d_0/d = 0,8$ .

Принять  $[\tau_k] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м =  $0,02 \cdot 10^{-3}$  рад/мм;  $P_2 = 52$  кВт,  $P_3 = 50$  кВт;  $\omega = 20$  рад/с;  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

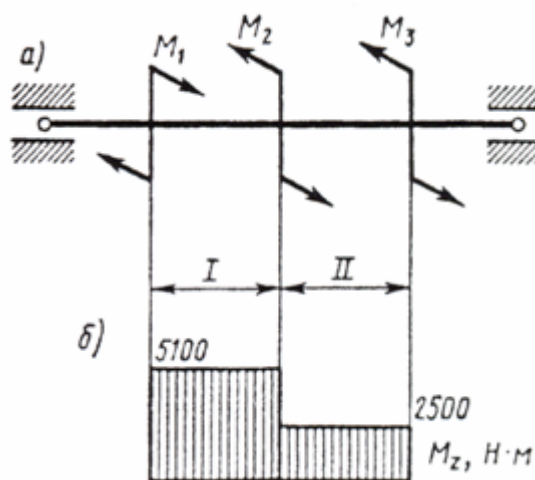


Рис 7.2

Окончательное значение диаметра округлить до ближайшего четного (или оканчивающегося на пять) числа.

**Решение:**

1 Определяем внешние скручивающие моменты:

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{52 \cdot 10^3}{20} = 2600 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{P_3}{\omega} = \frac{50 \cdot 10^3}{20} = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

2 Определяем уравнивающий момент  $M_1$ :

$$\sum M_i = 0; M_1 - M_2 - M_3 = 0; M_1 = M_2 + M_3 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

3 Определяем крутящий момент по участкам вала:

$$M_{z1} = M_1 = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_{z2} = M_1 - M_2 = 5100 - 2600 = 2500 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

Строим эпюру крутящих моментов  $M$  (рис 7.2, б).

4 Определяем диаметр вала из условий прочности и жесткости:

$$M_{z \max} = 5100 \text{ Н} \cdot \text{м} \text{ (рис 7.2, б)}$$

а) Сечение вала – круг

**Из условия прочности:**



$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z \max}}{\pi[\tau_k]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30}} = 95,2 \text{ мм}$$

Принимаем  $d = 95$  мм.

**Из условия жёсткости:**

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z \max}}{\pi G[\varphi_0]}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}}} = 75,5 \text{ мм}$$

Принимаем  $d = 76$  мм.

Требуемый диаметр получился больше из расчета на прочность, поэтому его принимаем как окончательный  $d = 95$  мм.

*б) Сечение вала – кольцо*

**Из условия прочности:**

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{z \max}}{\pi[\tau_k](1-c^4)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 30(1-0,8^4)}} = 113 \text{ мм}$$

Принимаем  $d = 114$  мм.

**Из условия жёсткости:**

$$d = \sqrt[4]{\frac{32M_{z \max}}{\pi G[\varphi_0](1-c^4)}} = \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 5100 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 10^4 \cdot 0,02 \cdot 10^{-3}(1-0,8^4)}} = 86,5 \text{ мм}$$

Принимаем  $d = 86$  мм.

Требуемые диаметры окончательно принимаем из расчетов на прочность:  $d = 114$  мм;  $d_0 = 0,8 \cdot 114 = 91,2$  мм. Принимаем  $d_0 = 92$  мм.

### Задача 7.1 (рис 7.3)

Для заданного бруса построить эпюру крутящих моментов и подобрать размеры сечения в двух вариантах: а) круг; б) кольцо с заданным отношением  $d_0/d=0,8$  внутреннего и наружного диаметров. Сравнить массы брусьев по обоим расчетным вариантам. Указанные расчеты выполнить только для участка с опасным сечением. Для материала бруса (сталь Ст3) принять  $[\tau] = 100$  МПа.

Вопросы:

- 1) Во сколько раз большую нагрузку на брус можно допустить при увеличении размера сечения в 2 раза?
- 2) Во сколько раз возрастут при этом затраты материала?

Схема на рис 7.3	Вариант №	$M_1$	$M_2$	$M_3$
		Н · м	Н · м	Н · м
1	1	100	300	900
	2	400	600	800
	3	100	300	900
2	4	300	300	1100
	5	440	200	860
	6	300	700	1100

3	7	500	300	500
	8	200	460	640
	9	500	300	500
4	10	250	350	300
	11	400	220	880
	12	250	350	300
5	13	150	700	350
	14	600	400	600
	15	150	700	350
6	16	700	500	300
	17	200	240	460
	18	700	500	300
7	19	900	300	500
	20	200	400	220
	21	900	300	500
8	22	300	1100	500
	23	150	800	400
	24	300	1100	500
9	25	150	300	750
	26	800	440	260
	27	150	300	750
10	28	1300	350	150
	29	400	200	600
	30	1300	350	150

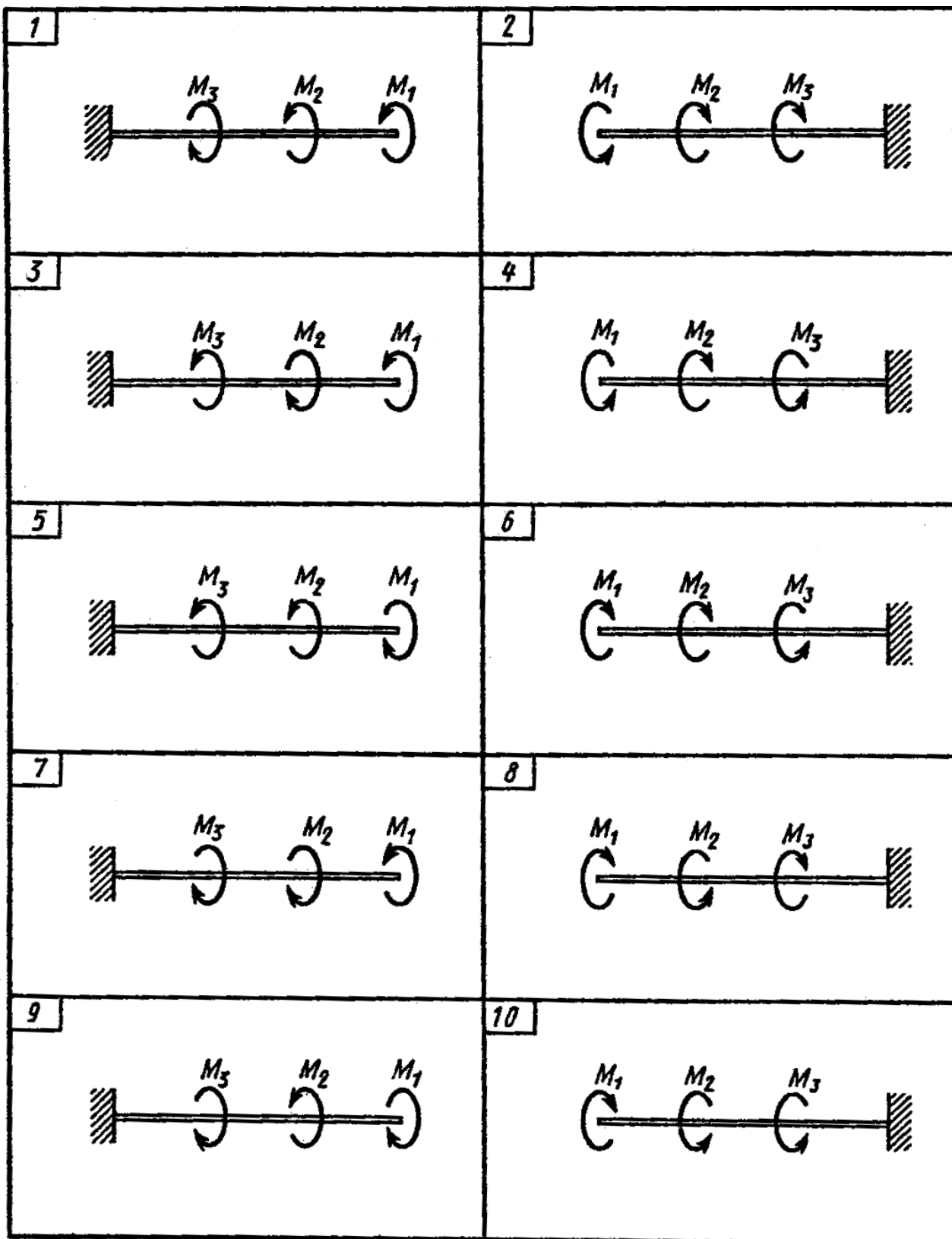


Рис 7.3

### Задача 7.2 (рис 7.4)

Для одной из схем построить эпюру крутящих моментов; определить диаметр вала на каждом участке и полный угол закручивания.

Указания:

Мощность на зубчатых колесах принять  $P_2 = 0,5 P_1$ ,  $P_3 = 0,3 P_1$  и  $P_4 = 0,2 P_1$ .  
Полученное расчетное значение диаметра (в мм) округлить до ближайшего большего числа, оканчивающегося на 0, 2, 5.

Схема на рис 7.4	Вариант №	$\omega$	P
		рад/с	кВт
1	1	20	30
	2	30	22
	3	50	15
2	4	40	18
	5	35	40
	6	30	32
3	7	24	12
	8	48	18
	9	30	20
4	10	22	14
	11	40	16
	12	50	20
5	13	35	32
	14	15	60
	15	20	58
6	16	40	18
	17	50	40
	18	42	38
7	19	45	10
	20	42	20
	21	30	24
8	22	18	40
	23	18	38
	24	30	42
9	25	10	25
	26	50	30
	27	38	23
10	28	31	27
	29	35	32
	30	20	48

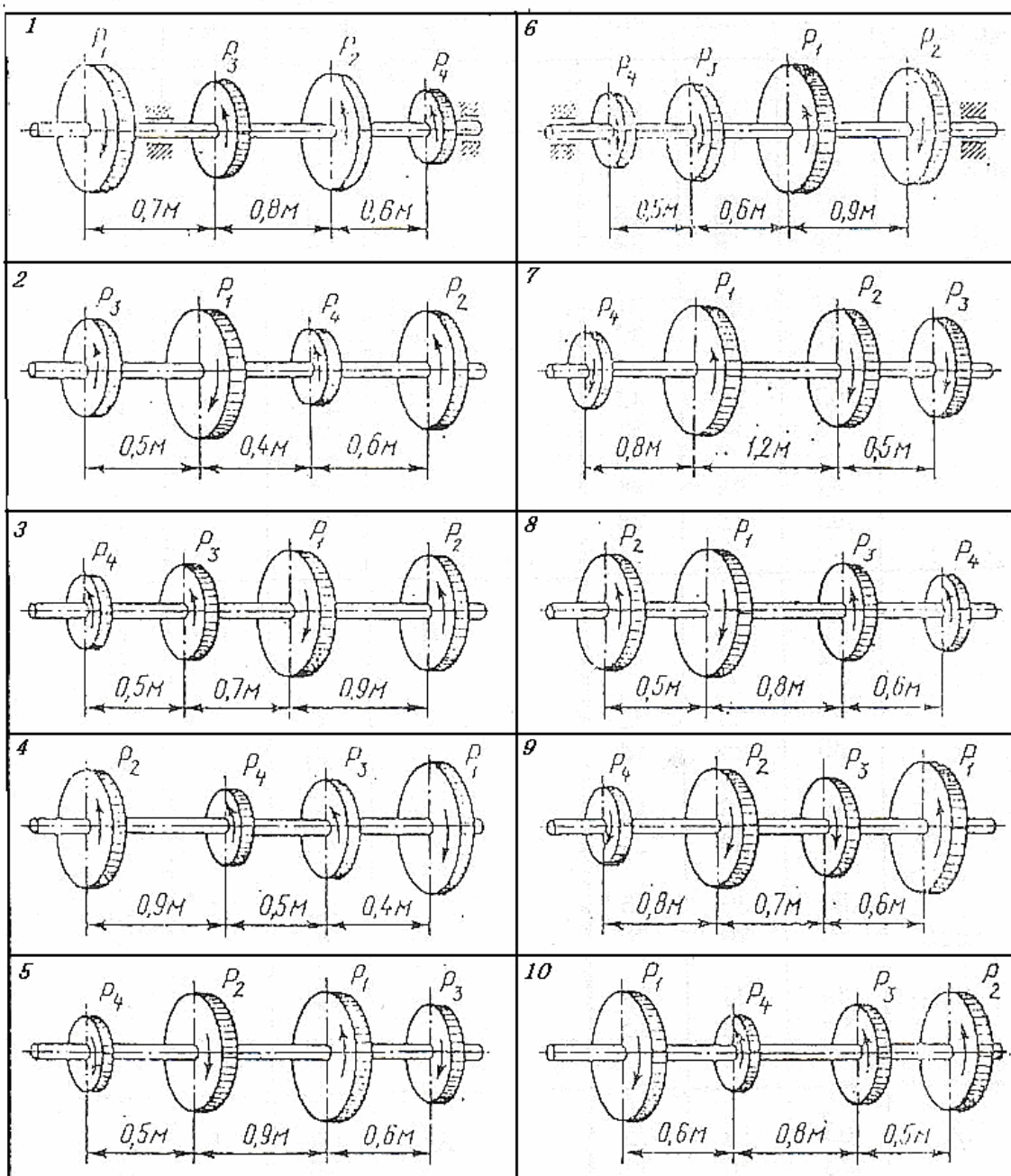


Рис 7.4

### Задача 7.3 (рис 7.5)

Для стального вала постоянного поперечного сечения: определить значения моментов  $M_1, M_2, M_3, M_4$ ; построить эпюру крутящих моментов; определить диаметр вала из расчетов на прочность и жесткость, Принять;  $[\tau_k] = 30$  МПа;  $[\varphi_0] = 0,02$  рад/м. Окончательное принимаемое значение диаметра вала должно быть округленно до ближайшего большего четного или оканчивающегося на пять числа,  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа.

Схема на рис 7.5	Вариант №	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$\omega$
		кВт	кВт	кВт	рад/с
1	1	35	20	15	20
	2	150	100	50	45
	3	40	25	20	25
2	4	130	99	40	45
	5	100	65	25	35
	6	99	45	20	20
3	7	15	10	35	16
	8	75	80	25	40
	9	55	65	25	20
4	10	60	40	20	20
	11	150	100	75	55
	12	95	70	45	35
5	13	100	18	50	20
	14	50	15	25	18
	15	40	120	20	20
6	16	60	150	80	55
	17	45	100	60	30
	18	50	110	75	30
7	19	18	35	40	10
	20	16	30	45	12
	21	20	36	100	25
8	22	20	50	30	10
	23	10	115	55	16
	24	65	140	80	35
9	25	52	100	30	32
	26	30	80	45	15
	27	35	95	50	18
10	28	80	95	75	25
	29	75	120	90	30
	30	42	60	55	18

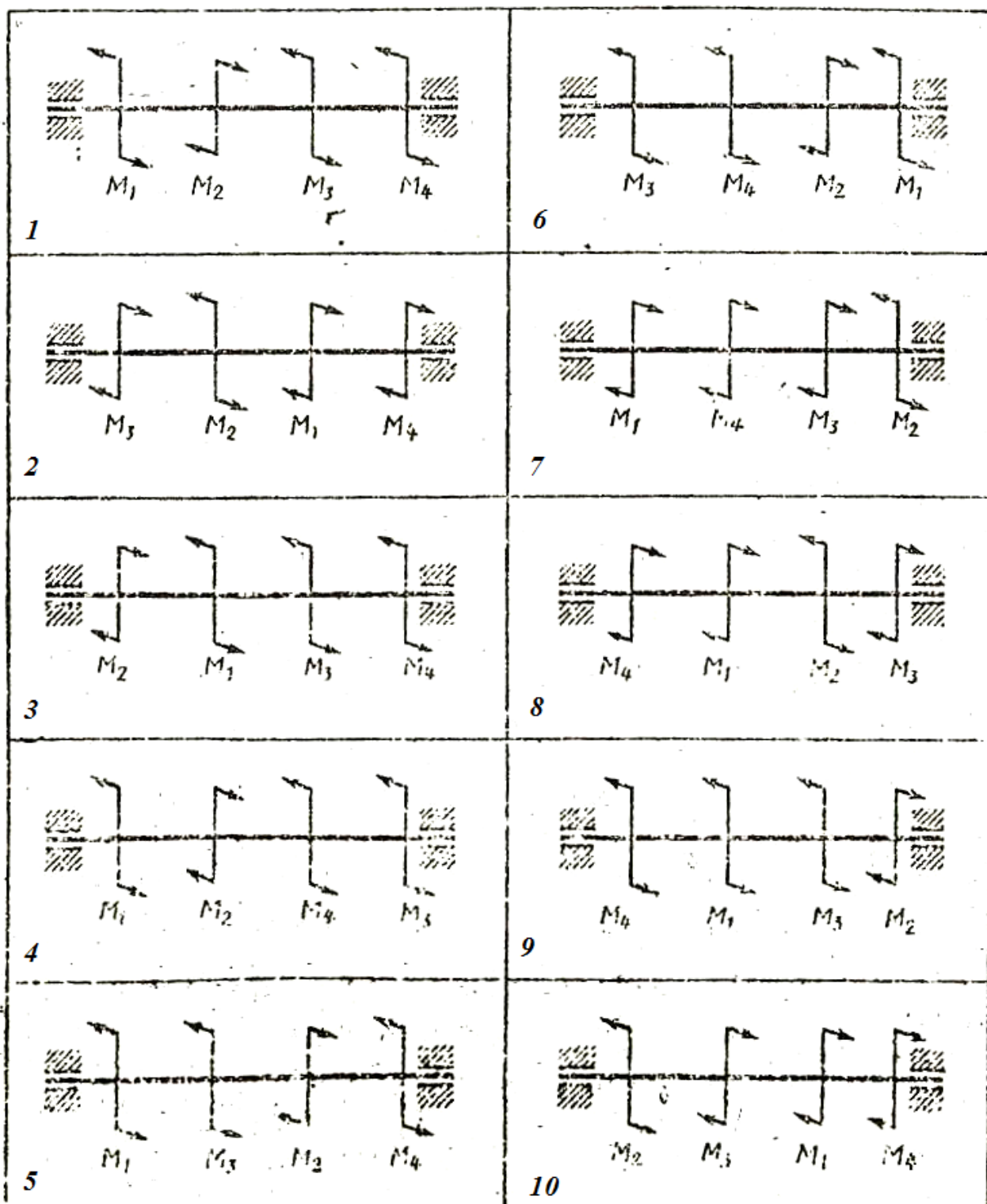


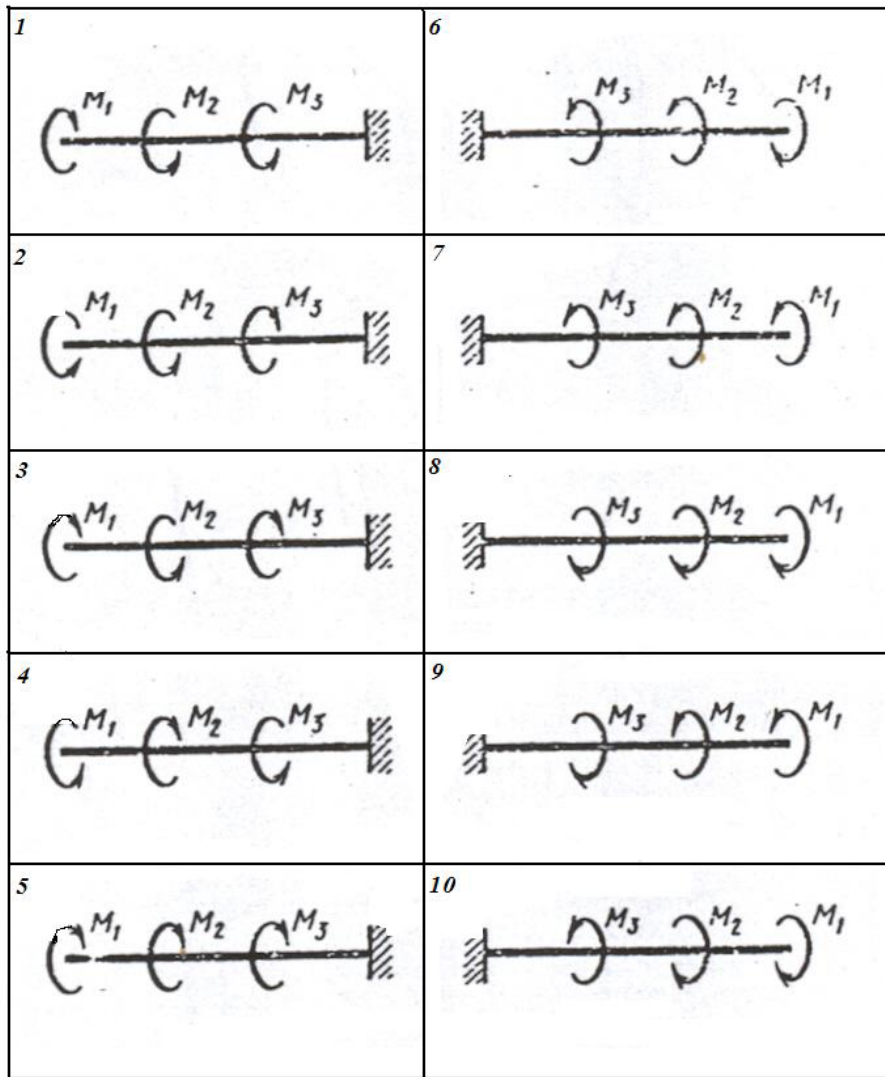
Рис 7.5

**Задача 7.4 (рис 7.6)**

Для заданного бруса круглого поперечного сечения построить эпюру крутящих моментов и определить диаметр на каждом из трех участков. Для материала бруса (сталь Ст3) принять  $[\tau]=70$  МПа.

Схема на рис 7.6	Вариант №	$M_1$	$M_2$	$M_3$
		кН · м	кН · м	кН · м
1	1	0,90	1,50	1,50
	2	3,00	1,00	1,90
	3	4,20	2,00	1,20
2	4	2,50	1,30	0,80
	5	0,90	1,50	1,50
	6	1,30	1,30	0,70
3	7	1,10	0,70	3,20
	8	2,50	1,30	0,80
	9	4,50	1,40	0,90
4	10	0,80	1,40	0,70
	11	1,10	0,70	3,20
	12	1,20	0,90	4,90
5	13	4,20	2,00	1,20
	14	0,80	1,40	0,70
	15	1,90	2,00	0,60
6	16	1,30	1,30	0,70
	17	4,20	2,00	1,20
	18	3,00	1,00	1,90
7	19	4,50	1,40	0,90
	20	1,30	1,30	0,70
	21	0,90	1,50	1,50
8	22	1,20	0,90	4,90
	23	4,50	1,40	0,90
	24	2,50	1,30	0,80
9	25	1,90	2,00	0,60
	26	1,20	0,90	4,90
	27	1,10	0,70	3,20
10	28	3,00	1,00	1,90
	29	1,90	2,00	0,60
	30	0,80	1,40	0,70





*Puc 7.6*

### Задача 7.5

Стальной вал сплошного сечения передаёт мощность  $N = 20$  кВт. Найти предельно допустимую частоту вращения вала из условия, его прочности и жёсткости, если диаметр вала  $d = 50$  мм,  $[\tau] = 50$  Н/мм<sup>2</sup>,  $[\varphi_0] = 0,4$  град/м.

### Задача 7.6

Определить диаметр стального вала сплошного сечения для передачи мощности  $N = 10$  кВт при частоте вращения  $n = 200$  об/мин из условия прочности и жёсткости, приняв  $[\tau] = 30$  Н/мм<sup>2</sup>,  $[\varphi_0] = 0,25$  град/м.

### Задача 7.7

Найти максимальную мощность, которую может передать стальной вал сплошного сечения диаметром  $d = 40$  мм из условия его прочности и жесткости, если  $[\tau] = 60$  Н/мм<sup>2</sup>,  $[\varphi_0] = 0,3$  град/м,  $n = 180$  об/мин.

### Задача 7.8

Стальной вал передает мощность  $N = 15$  кВт. Найти угол закручивания вала на длине  $l = 54$ , предварительно определив его диаметр  $d$  из условия прочности, приняв  $[\tau] = 40$  Н/мм<sup>2</sup>. Частота вращения вала  $n = 320$  об/мин.

### Задача 7.9

Стальной вал сплошного сечения решено заменить на равнопрочный вал кольцевого сечения с отношением диаметров  $c = d_0/d = 0,7$ . Сравнить массы валов сплошного и кольцевого сечений, если они рассчитаны на передачу мощности  $N = 24$  кВт при угловой скорости вращения  $\omega = 30$  рад/с и максимальные напряжения не должны превышать  $[\tau] = 40$  Н/мм<sup>2</sup>.

### Задача 7.10

Определить из расчета на прочность и жесткость требуемый диаметр сплошного вала, передающего мощность  $N = 40$  кВт при  $n = 250$  об/мин, приняв  $[\tau] = 120$  Н/мм<sup>2</sup>.  $[\varphi_0] = 0,2$  град/м.

### Задача 7.11

Найти минимально допустимую скорость вращения стального вала кольцевого сечения ( $c = d_0/d = 0,6$ ), рассчитанного на передачу мощности  $N = 16$  кВт. Наружный диаметр вала  $d = 50$  мм,  $[\tau] = 40$  Н/мм<sup>2</sup>.  $[\varphi_0] = 0,35$  град/м.

### Задача 7.12

Определить максимальную мощность, которую может передать стальной вал диаметром  $d = 60$  мм и вращающийся с частотой  $n = 200$  об/мин. Максимальные напряжения кручения не должны превышать  $[\tau] = 25$  Н/мм<sup>2</sup>, а относительный угол закручивания должен быть не более  $[\varphi_0] = 0,4$  град/м.

### Задача 7.13

Определить из расчета на прочность и жесткость  $N=18$  кВт диаметр вала, частота его вращения  $n = 150$  об/мин, максимальные касательные напряжения не должны быть выше  $[\tau] = 45$  Н/мм<sup>2</sup>, а угол закручивания на длине  $l = 5d$  не должен превышать  $[\varphi_0] = 0,1^\circ$ .

### Задача 7.14

Найти относительный угол закручивания стального вала, передающего мощность  $N=24$  кВт и вращающегося с частотой  $n=320$  об/мин. Диаметр вала найден из условия прочности на кручение, причем  $[\tau] = 30$  Н/мм<sup>2</sup>.

## Практическая работа №8 «Расчет бруса на изгиб»

К решению этой практической работы следует приступить после изучения темы «Изгиб». Изгиб - это такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникают изгибающие моменты. В большинстве случаев одновременно с изгибающими моментами возникают и поперечные силы; такой изгиб называют поперечным: если поперечные силы не возникают, изгиб называют чистым. Изгибающий момент  $M_{из}$  в произвольном поперечном сечении бруса численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих на отсеченную часть, относительно центра тяжести сечения:  $M_{из} = \sum M_i$ . Поперечная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме внешних сил, действующих на отсеченную часть:  $Q = \sum F_i$ . Причем все внешние силы и моменты действуют в главной продольной плоскости бруса и расположены перпендикулярно продольной оси бруса.

Правило знаков для поперечной силы: силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения по ходу часовой стрелки, приписывается знак плюс (рис 8.1 а), а силам, поворачивающим отсеченную часть балки относительно рассматриваемого сечения против хода часовой стрелки, приписывается знак минус (рис 8.1 б),

Правило знаков для изгибающих моментов: внешним моментом, изгибающим мысленно закрепленную в рассматриваемом сечении отсеченную часть бруса выпуклостью вниз, приписывается знак плюс (рис 8.2 а), а моментам, изгибающим отсеченную часть бруса выпуклостью вверх, - знак минус (рис 8.2 б).

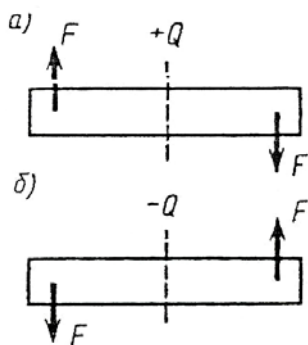


Рис 8.1

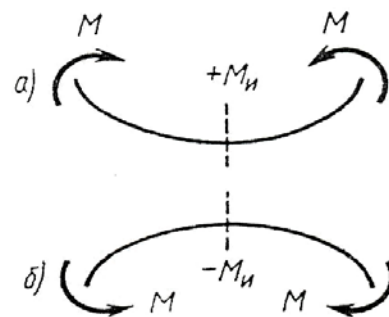


Рис 8.2

Между изгибающим моментом  $M_x$ , поперечной силой  $Q_y$  и интенсивностью распределенной нагрузки  $q$  существуют дифференциальные зависимости:  $dM_x/dz = Q_y$ ;  $dQ_y/dz = q$

На основе метода сечений и дифференциальных зависимостей устанавливается взаимосвязь эпюр  $M_x$  и  $Q_y$  между собой и с внешней нагрузкой, поэтому достаточно вычислить ординаты эпюр для характерных сечений и соединить их линиями.

Характерными являются сечения балки, где приложены сосредоточенные силы и моменты (включая опорные сечения), а также сечения, ограничивающие участки с равномерно распределенной нагрузкой.

Приведем некоторые правила построения эпюр.

#### **Для эпюры поперечных сил:**

- 1 На участке, нагруженном равномерно - распределенной нагрузкой, эпюра изображается прямой, наклоненной к оси балки.
- 2 На участке, свободном от распределенной нагрузки, эпюра изображается прямой, параллельной оси балки
- 3 В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, поперечная сила не изменяет значения.
- 4 В сечении, где приложена сосредоточенная сила, значение поперечной силы меняется скачкообразно на значение, равное приложенной силе.
- 5 В конечном сечении балки поперечная сила численно равна сосредоточенной силе (активной или реактивной), приложенной в этом сечении. Если в конечном сечении балки не приложена сосредоточенная сила, то поперечная сила в этом сечении равна нулю.

#### **Для эпюры изгибающих моментов:**

- 1 На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра моментов изображается квадратичной параболой. Выпуклость параболы направлена навстречу нагрузке.
  - 2 На участке, свободном от равномерно распределенной нагрузки, эпюра моментов изображается прямой линией.
  - 3 В сечении балки, где приложена сосредоточенная пара сил, изгибающий момент меняется скачкообразно на значение, равное моменту приложенной пары.
  - 4 Изгибающий момент в конечном сечении балки равен нулю, если в нем не приложена сосредоточенная пара сил. Если же в конечном сечении приложена активная или реактивная пара сил, то изгибающий момент в сечении равен моменту приложенной пары.
  - 5 На участке, где поперечная сила равна нулю, балка испытывает чистый изгиб, и эпюра изгибающих моментов изображается прямой, параллельной оси балки
  - 6 Изгибающий момент принимает экстремальное значение в сечении, где эпюра поперечных сил проходит через нуль, меняя знаки с «+» на «-» или с «-» на «+».
- В рассматриваемой задаче требуется построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, а также подобрать размеры поперечного сечения балки, выполненной из прокатного профиля - двутавра.

Условие прочности для балок с сечениями, симметричными относительно нейтральной оси. имеет вид:

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_x \leq [\sigma], \quad (8.1)$$

где  $W_x$  - осевой момент сопротивления сечения.

Для подбора сечения балки (проектного расчета) из условия прочности определяют необходимое значение осевого момента сопротивления:

$$W_x \geq M_{\text{max}} / [\sigma], \quad (8.2)$$

По найденному моменту сопротивления  $W_x$  подбирают соответствующее сечение по сортаменту. Для закрепленной одним концом балки строить эпюры целесообразно со свободного конца (чтобы избежать определения опорных реакций в заделке).

### Последовательность решения задач:

- 1 Балку разделить на участки по характерным сечениям.
- 2 Определить вид эпюры поперечных сил на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить поперечные силы в характерных сечениях и построить эпюру поперечных сил.
- 3 Определить вид эпюры изгибающих моментов на каждом участке в зависимости от внешней нагрузки, вычислить изгибающие моменты в характерных сечениях и построить эпюру изгибающих моментов.
- 4 Для данной балки, имеющей по всей длине постоянное поперечное сечение, выполнить проектный расчет, т. е. определить  $W_x$  в опасном сечении, где изгибающий момент имеет наибольшее по модулю значение.

Пример 1. Для заданной консольной балки (поперечное сечение – двутавр)  $[\sigma] = 160$  МПа построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  и подобрать сечение по сортаменту.

#### Пример 8.1

- 1 Делим балку на участки по характерным сечениям А, В, С (рис 8.3а).
- 2 Определяем значения поперечной силы  $Q_y$  в характерных сечениях и строим эпюру (рис 8.3 б):

$$Q_{yB} = -F_2 = -1 \text{ кН}$$

$$Q_{yB} = -F + F_1 = -1 + 2 = 1 \text{ кН}$$

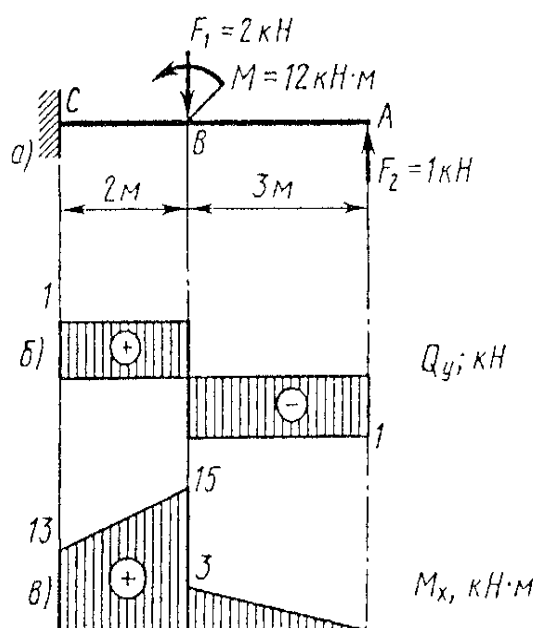


Рис 8.3

3 Определяем значения изгибающего момента  $M_x$  в характерных сечениях и строим эпюру (рис 8.3 в):

$$M_A=0;$$

$$M_B=F_2 \cdot AB=1 \cdot 3=3 \text{ кН м}$$

$$M_B=F_2 \cdot AB+M=1 \cdot 3+12=15 \text{ кН м}$$

$$M_C=F_2 \cdot AC+M-F_1 \cdot BC=1 \cdot 5+12-2 \cdot 2=13 \text{ кН м}$$

4 Исходя из эпюры  $M_x$  (рис 3 в)

$$M_{x_{\max}}=15 \text{ кН м} = 15 \cdot 10^6 \text{ Н мм};$$

$$W_x=M_{x_{\max}}/[\sigma]=15 \cdot 10^6/160=93700 \text{ мм}^3=93,7 \text{ см}^3$$

В соответствии с ГОСТ 8239 - 90 выбираем двутавр № 16

Следующую задачу начинают решать с определения реакций опор балки и проверки правильности найденных реакций.

**Пример 8.2** Для заданной двухопорной балки (рис 8.4а) определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и определить размеры поперечного сечения  $[h, b, d]$  в форме прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника  $h/b = 1,5$ . Считать  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

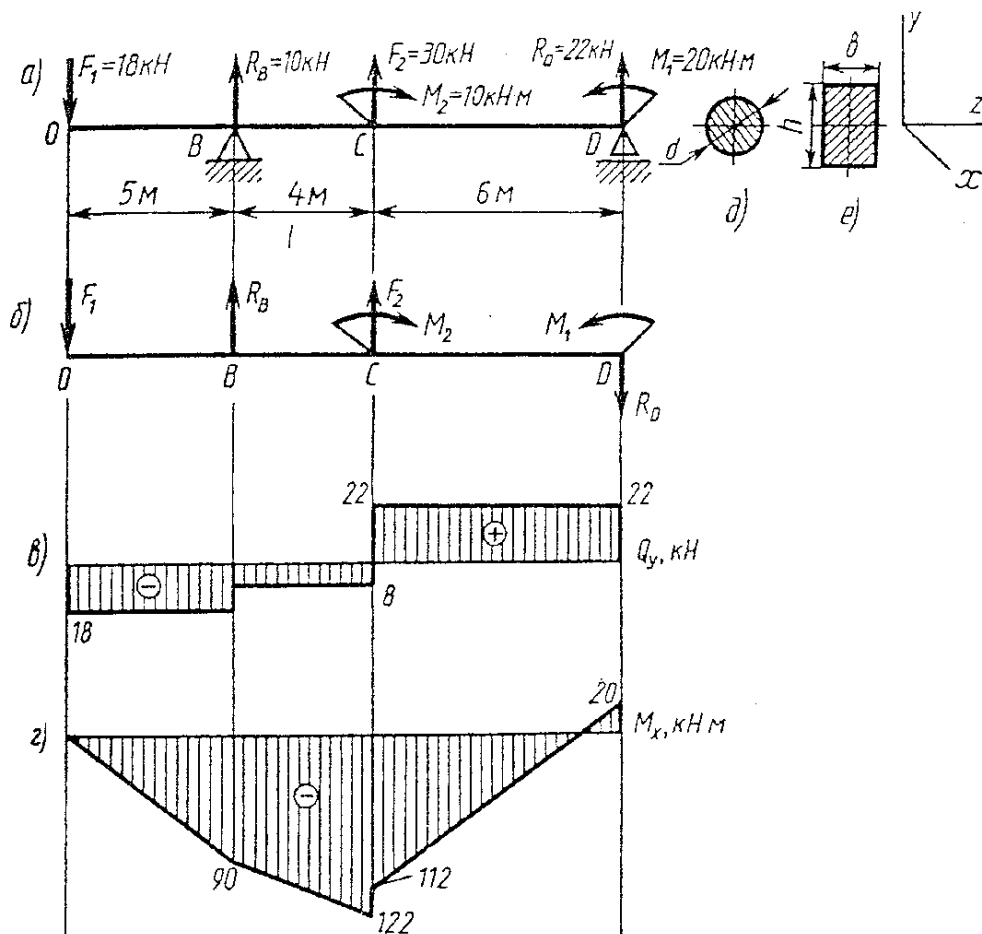


Рис. 8.4

Решение:

1 Определяем опорные реакции и проверяем их найденные значения:

$$\sum M_D = 0$$

$$\sum M_D = -M_1 + F_2 \cdot CD + M_2 + R_B \cdot BD - F_1 \cdot OD = 0$$

$$R_B = (M_1 - F_2 \cdot CD - M_2 + F_1 \cdot OD) / BD = (20 - 30 \cdot 6 - 10 + 18 \cdot 15) / 10 = 10 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$\sum M_B = -F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - R_D \cdot BD - M_1 = 0$$

$$R_B = (-F_1 \cdot OB + M_2 - F_2 \cdot BC - M_1) / BD = (-18 \cdot 5 + 10 - 30 \cdot 4 - 20) / 10 = -22 \text{ кН}$$

Так как реакция  $R_B$  получилась со знаком минус, то изменяем ее первоначальное направление на противоположное. Истинное направление реакции  $R_B$  - вниз

(рис 8.4 б).

Проверка:  $\sum Y_0 = -F + R_B + F_2 - R_D = -18 + 10 + 30 - 22 = 0$ . Условие статики

$\sum Y_j = 0$  выполняется, следовательно, реакции опор определены, верно. При построении эпюр используем только истинные направления реакций опор.

2 Делим балку на участки по характерным сечениям O, B, C, D (рис 8.4 б).

3 Определяем в характерных сечениях значения поперечной силы Q, и строим эпюру слева направо (рис 8.4 в):

$$Q_O^{\text{до}} = -F_1 = -18 \text{ кН}$$

$$Q_B^{\text{лео}} = -F_1 = -18 \text{ кН}$$

$$Q_B^{\text{по}} = -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН}$$

$$Q_C^{\text{лео}} = -F_1 + R_B = -18 + 10 = -8 \text{ кН}$$

$$Q_C^{\text{по}} = -F_1 + R_B + F_2 = -18 + 10 + 30 = 22 \text{ кН}$$

$$Q_D^{\text{лео}} = -F_1 + R_B + F_2 = 22 \text{ кН}$$

4 Вычисляем в характерных сечениях значения изгибающего момента  $M_{\text{и}}$  и строим эпюру (рис 8.4 г):

$$M_O = 0$$

$$M_B = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_C^{\text{эаа}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_C^{\text{до}} = -F_1 \cdot OC + R_B \cdot BC + M_2 = -18 \cdot 9 + 10 \cdot 4 + 10 = -122 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_D^{\text{эаа}} = -F_1 \cdot OD + R_B \cdot BD + M_2 + F_2 \cdot CD = -18 \cdot 15 + 10 \cdot 10 + 10 + 30 \cdot 6 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

5 Вычисляем размеры сечения данной балки из условий прочности на изгиб по двум вариантам: а) сечение - прямоугольник с заданным соотношением сторон (рис 8.4 е); б) сечение - круг (рис 8.4 д).

6 Вычисление размеров прямоугольного сечения:

$$W_x = \frac{M_{x \max}}{[\sigma]} = \frac{122 \cdot 10^6}{160} = 0.762 \cdot 10^6 \text{ мм}^3$$

Используя формулу  $W_x = \frac{bh^2}{6}$  и учитывая, что  $h=1,5b$ , находим

$$b = \sqrt[3]{\frac{6W_x}{2,25}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0,762 \cdot 10^6}{2,25}} = 127 \text{ мм}$$



Используя формулу  $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$ , находим диаметр круглого сечения

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0,762 \cdot 10^6}{3,14}} = 196 \text{ мм}$$

### Задача 8.1 (рис 8.5)

Для двухопорной балки определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил, изгибающих моментов и подобрать необходимые размеры  $h$  или  $d$  сечения деревянной балки, составленной либо из двух прямоугольных, либо из двух круглых брусьев. Для прямоугольного сечения бруса принять  $h = 2b$ . Для дерева  $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$ .

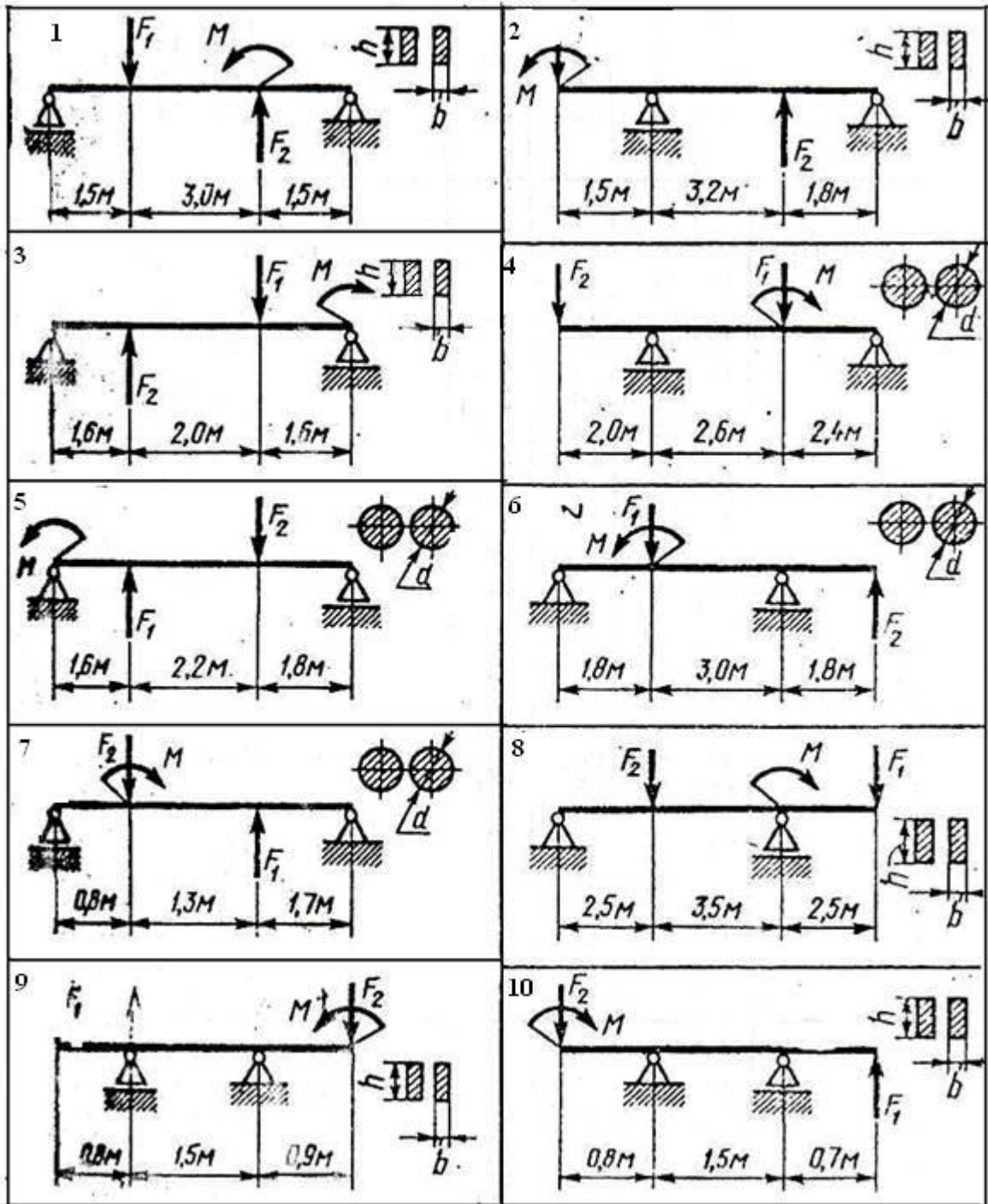


Рис 8.5

### Задача 8.2 (рис 8.6)

Для стальной балки, жёстко закреплённой одним концом и нагруженной.  
 Построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать из условия прочности необходимый размер двутавра, приняв  $[\sigma]=160$  МПа.

Вариант №	Схема на рис 8.6	F	M	q
		кН	кН·м	кН/м
1	1	20	10	10
2	2	30	10	20
3	3	40	10	20
4	4	30	10	10
5	5	10	10	20
6	6	30	10	20
7	7	10	10	10
8	8	20	10	10
9	9	30	10	10
10	10	10	10	10
11	1	20	10	10
12	2	30	10	20
13	3	40	10	10
14	4	10	10	20
15	5	10	10	20
16	6	20	10	10
17	7	30	10	10
18	8	40	10	10
19	9	50	10	10
20	10	10	10	10
21	1	20	10	20
22	2	20	10	10
23	3	10	10	10
24	4	20	10	20
25	5	20	10	10
26	6	20	10	10
27	7	30	10	20
28	8	30	10	10
29	9	10	10	10
30	10	20	10	10

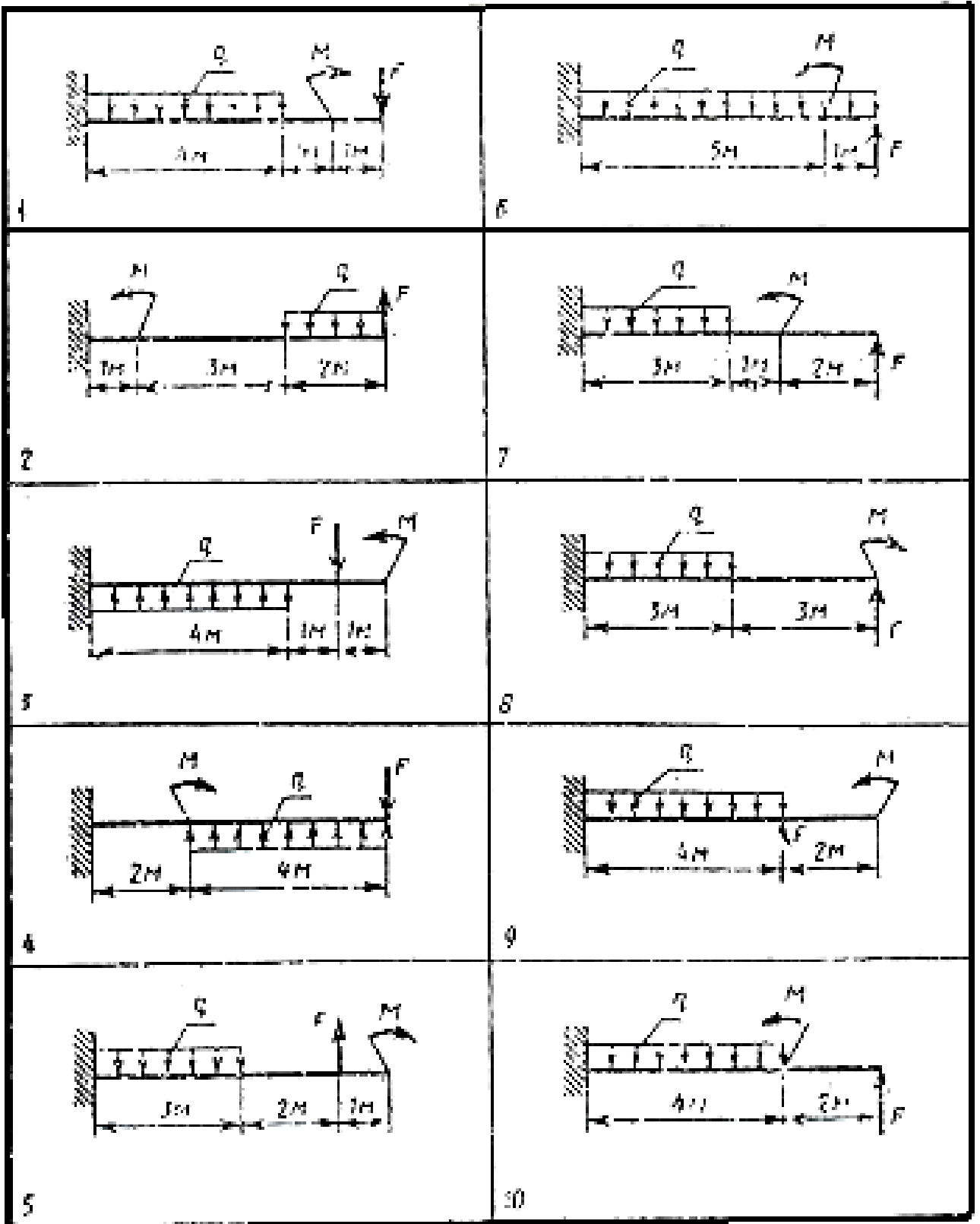


Рис 8.6

### Задача 8.3 (рис 8.7)

Для заданной консольной балки построить эпюру изгибающих моментов и подобрать размеры поперечного сечения в двух вариантах:

а) двутавр или сдвоенный швеллер

б) прямоугольник с заданным отношением  $h/b$  высоты и ширины.

Сравнить массу балок по обоим расчетным вариантам.

Для материала балки (сталь Ст3) принять  $[\sigma] = 160$  МПа.

Варианта №	Схема на рис 8.7	F кН	F <sub>1</sub> , кН	M, кНм	l <sub>1</sub> , м	l <sub>2</sub> , м	l <sub>3</sub> , м	h/d
1	1	25	40	7	0,3	0,4	0,3	3
2	1	20	38	9	0,2	0,3	0,1	3
3	1	27	42	6	0,1	0,3	0,2	2
4	2	13	50	17	0,4	0,6	1,2	2
5	2	12	51	15	0,1	0,3	0,9	3
6	2	14	49	16	0,3	0,8	1,4	2
7	3	8	5	30	0,5	0,7	0,7	3
8	3	6	7	32	0,2	0,6	0,5	2
9	3	9	4	28	0,6	0,8	0,6	2
10	4	40	15	20	0,9	0,5	0,5	3
11	4	38	13	24	0,7	0,6	0,4	3
12	4	43	14	23	0,5	0,3	0,7	3
13	5	20	14	14	10	0,8	1,2	2
14	5	21	13	15	12	0,9	1,1	2
15	5	18	12	13	11	1,8	0,9	3
16	6	18	6	15	1,4	0,5	1,0	2
17	6	17	7	13	1,2	0,6	1,2	3
18	6	20	4	17	1,6	0,3	0,7	2
19	7	28	10	8	0,9	0,8	1,2	2
20	7	25	12	10	1,0	0,9	1,4	3
21	7	30	8	11	0,8	1,0	1,0	3
22	8	40	18	12	1,5	0,3	0,4	3
23	8	42	20	15	1,8	1,5	1,6	2
24	8	38	17	11	1,4	0,2	0,3	2
25	9	15	20	18	1,3	0,7	0,5	3
26	9	13	18	17	1,1	0,5	0,3	2
27	9	16	21	20	1,4	0,8	0,6	3
28	10	22	10	25	0,6	0,6	0,8	2
29	10	21	11	24	0,5	0,4	0,9	2
30	10	21	9	23	0,5	0,7	1,0	3

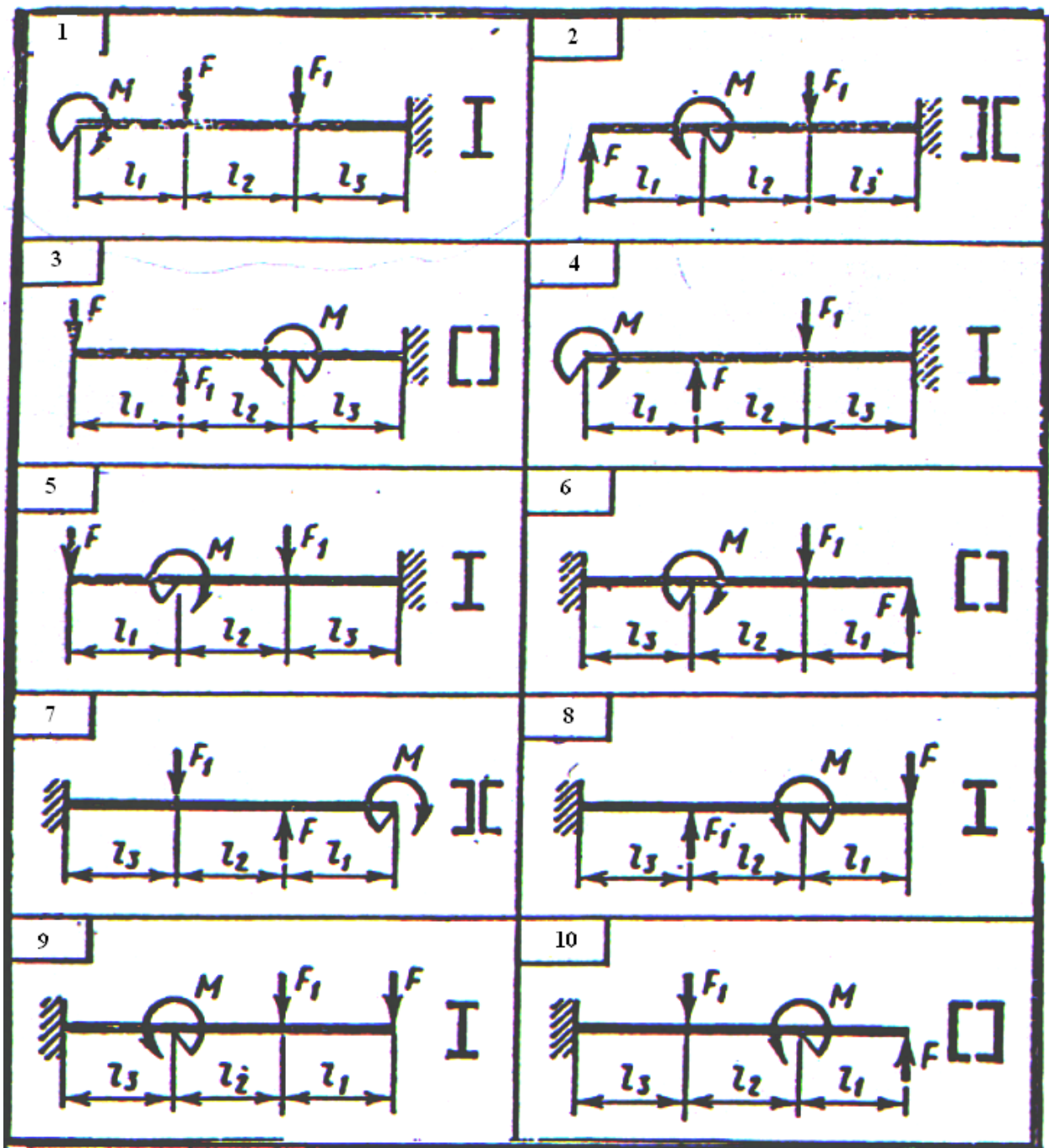


Рис 8.7

### Задача 8.4 (рис 8.8)

Для заданной двух опорной балки определить опор, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов и подобрать из условия прочности размеры поперечного сечения прямоугольника или круга, приняв для прямоугольника  $h=2b$ . Считать  $[\sigma] = 150$  МПа.

Вариант №	Схема на рис 8.8	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M
		кН		кН·м
1	1	20	10	12
2	1	12	8	20
3	1	10	20	15
4	2	2	6	10
5	2	5	20	4
6	2	10	20	30
7	3	5	20	4
8	3	12	16	5
9	3	10	20	30
10	4	10	15	2
11	4	1	6	8
12	4	2	10	3
13	5	20	1	2
14	5	15	2	3
15	5	30	4	1
16	6	3	2	10
17	6	5	4	8
18	6	12	16	5
19	7	10	2	5
20	7	12	3	8
21	7	6	1	3
22	8	2	4,5	6
23	8	5	8	10
24	8	1	3,5	5
25	9	2	4	1
26	9	4	1,5	10
27	9	6	2	12
28	10	5	10	4
29	10	1,5	6	16
30	10	10	8,4	3

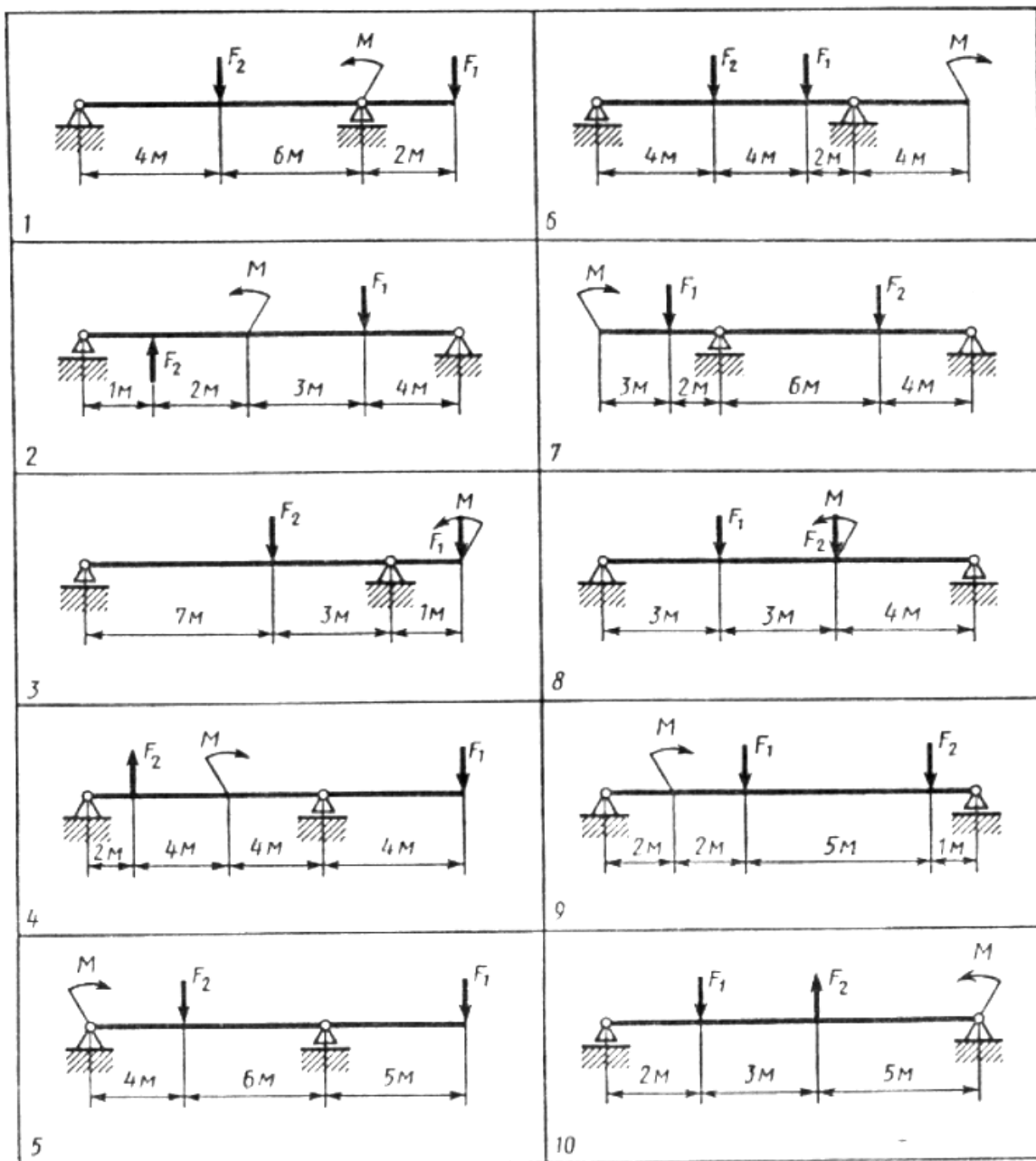


Рис 8.8



### Задача 8.5 (рис 8.9)

Для стальной балки, жестко заземленной одним концом и нагруженной, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Принять из условия прочности необходимый размер двутавра,  $[\sigma] = 160$  МПа.

Вариант №	Схема на рис 8.9	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	M
		кН		кН·м
1	1	1	1	1
2	1	2	1	4
3	1	3	2	2
4	2	1,5	4	5
5	2	2	1	6
6	2	3	2	8
7	3	6	1,5	4
8	3	2	5	7
9	3	5	1,5	6
10	4	2	5	7
11	4	1	8	9
12	4	3	6	9
13	5	2	6	10
14	5	4	3	12
15	5	8	1	20
16	6	5	2	10
17	6	6	1	16
18	6	8	1	8
19	7	1	1,5	5
20	7	1,5	2,5	4
21	7	3	1	5
22	8	2	10	8
23	8	3	8	10
24	8	4	5	12
25	9	5	4	7
26	9	3	2	9
27	9	5	2	9
28	10	2	3	5
29	10	5	1,5	2
30	10	3	2	6

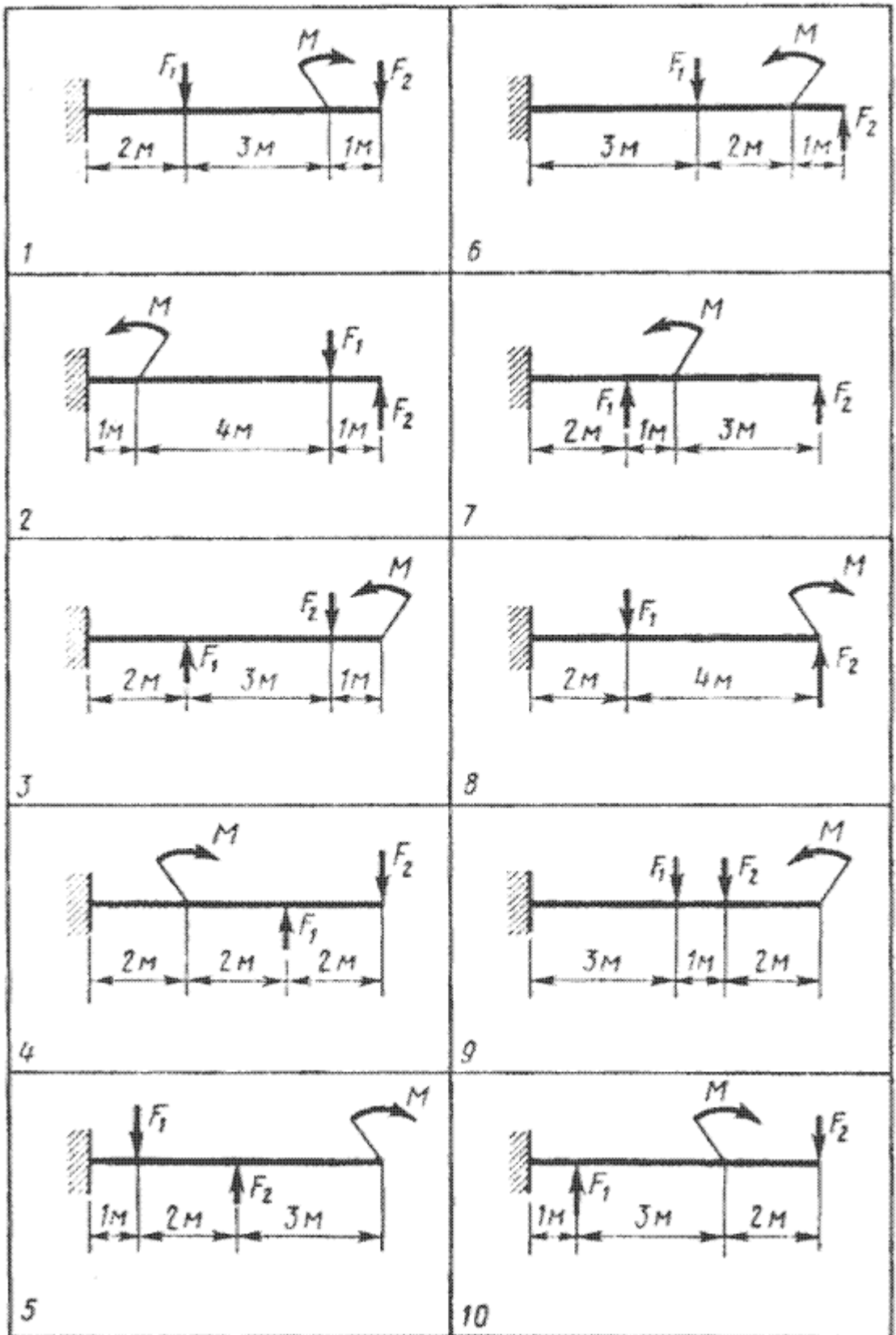


Рис 8.9

### Задача 8.6 (рис 8.10)

Построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  для балок.

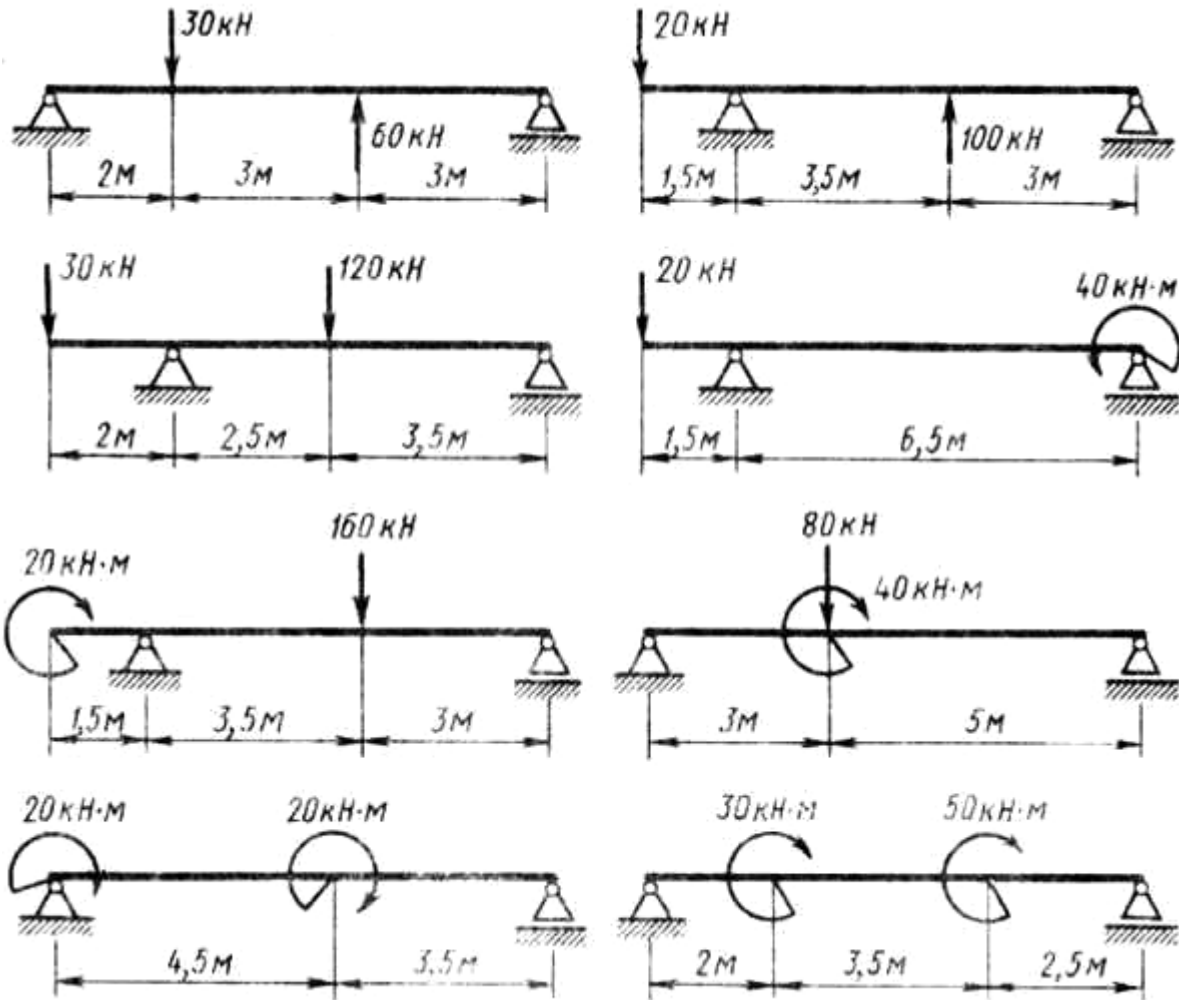


Рис 8.10

### Задача 8.7 (рис 8.11)

Построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  для балок.

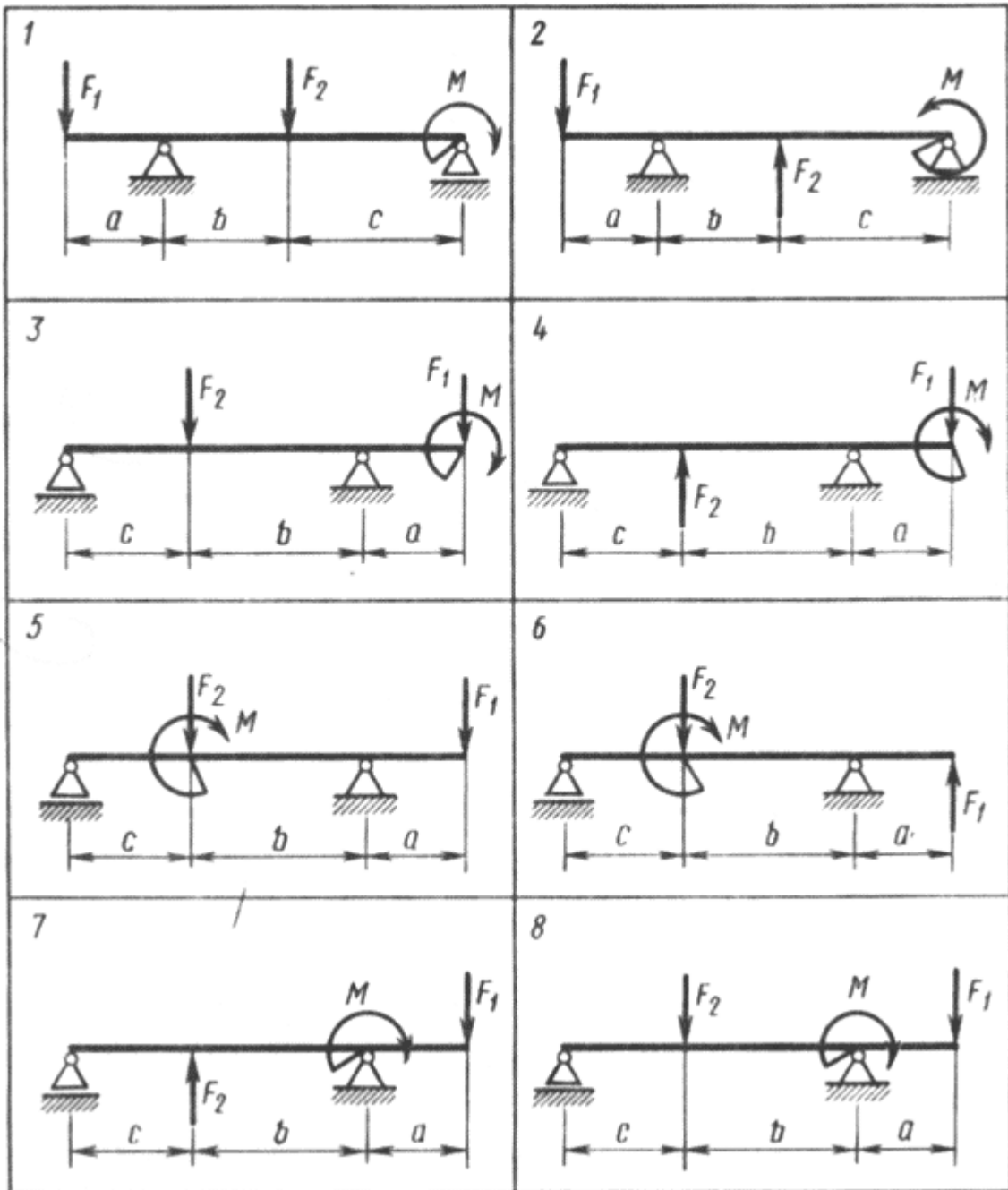


Рис 8.11

### Задача 8.8 (рис 8.12)

Построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  для балок.

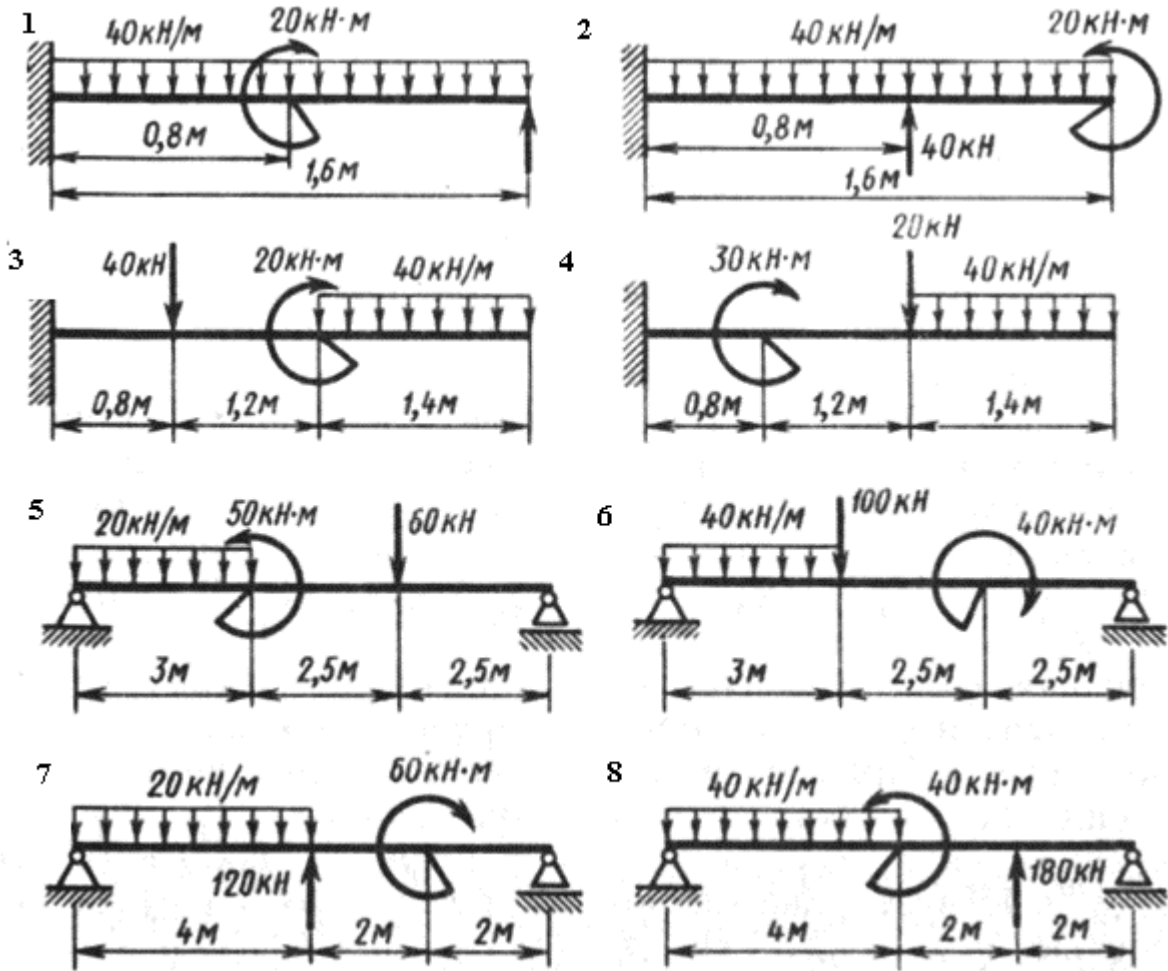


Рис 8.12

### Задача 8.9 (рис 8.13)

Построить эпюры  $Q_y$  и  $M_x$  для балок.

Вариант №	Схема на рис 8.13	M, кН м	F, кН	q, кН/м	a	b	c
					м		
1	1	15	100	40	0,5	1,5	1,5
2	1	16	110	41	0,6	1,6	1,7
3	1	17	105	42	0,7	1,7	1,8
4	1	18	95	43	0,8	1,8	1,9
5	2	19	100	44	0,9	1,9	2
6	2	20	95	45	1	2	2,1
7	2	21	90	46	1	2,1	2,2
8	2	22	85	47	0,9	2,2	2,3
9	3	23	90	48	0,8	2,3	2,4
10	3	24	95	49	0,7	2,4	2,5
11	3	25	100	50	0,6	2,5	2,6
12	3	26	105	50	0,6	2,5	2,6
13	4	26	100	49	0,5	2,5	2,6
14	4	25	95	48	0,6	2,5	2,6
15	4	24	90	47	0,5	2,4	2,3
16	4	23	85	46	0,6	2,3	2,2
17	5	22	80	45	0,7	2,2	2,1
18	5	21	75	44	0,8	2,1	2
19	5	20	70	43	0,9	2	1,9
20	5	19	65	42	1	1	1,8
21	6	18	60	41	0,9	1,2	1,7
22	6	17	65	40	0,8	1,3	1,8
23	6	16	65	39	0,7	1,4	1,9
24	6	15	70	38	0,6	1,5	2
25	7	15	75	39	0,5	1,6	2,1
26	7	16	80	40	0,5	1,7	2,2
27	7	17	85	41	0,6	1,8	2,3
28	7	18	90	42	0,7	1,9	2,4
29	8	19	95	43	0,8	2	2,4
30	8	20	100	44	0,9	2,1	2,5

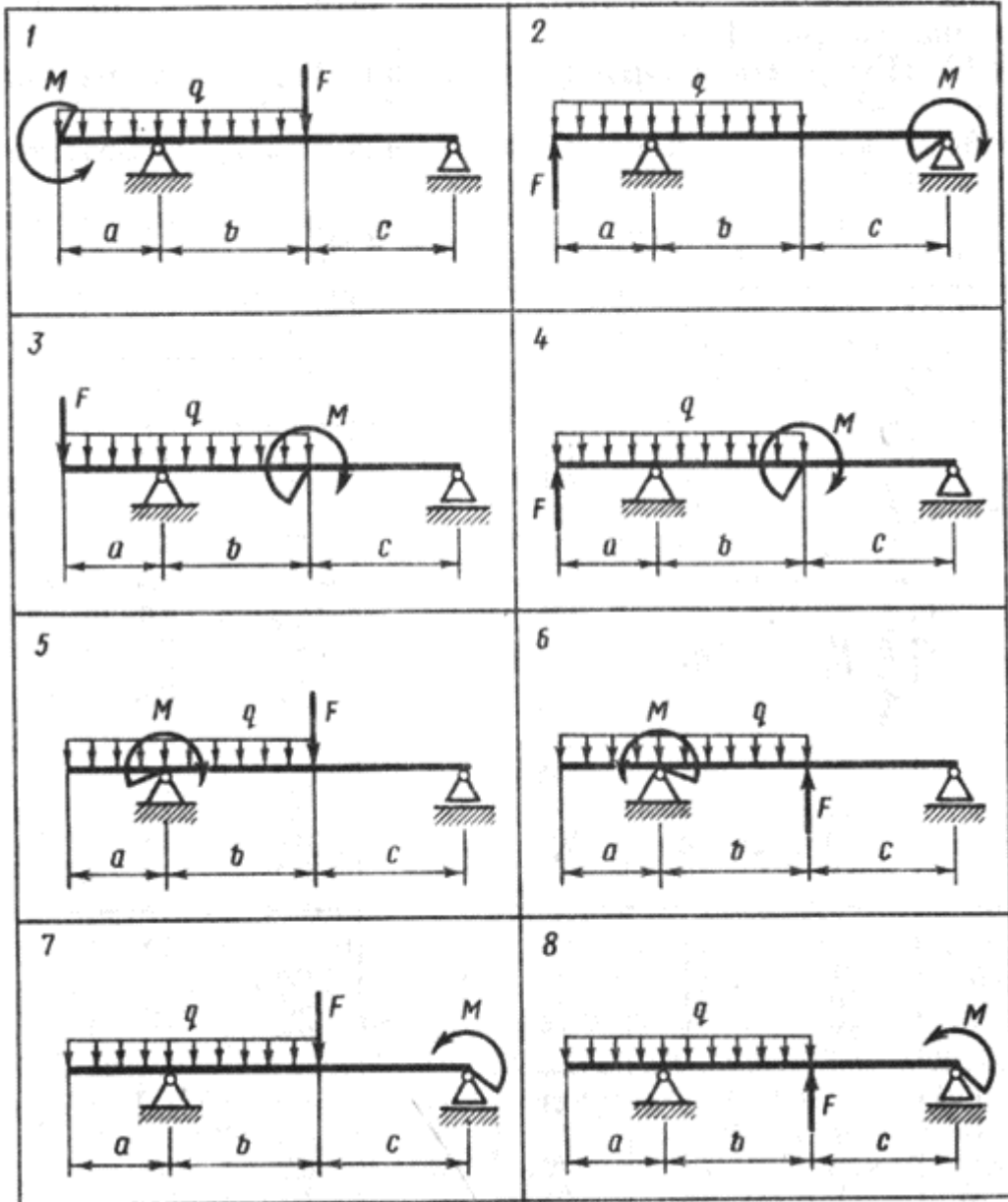


Рис 8.13

### Задача 8.10 (рис 8.14)

Определить из расчета на прочность требуемые размеры поперечного сечения балки при двух указанных на рис 8.15 вариантах формы сечений и сравнить их массы, если  $[\sigma] = 160 \text{ Н/мм}^2$ .

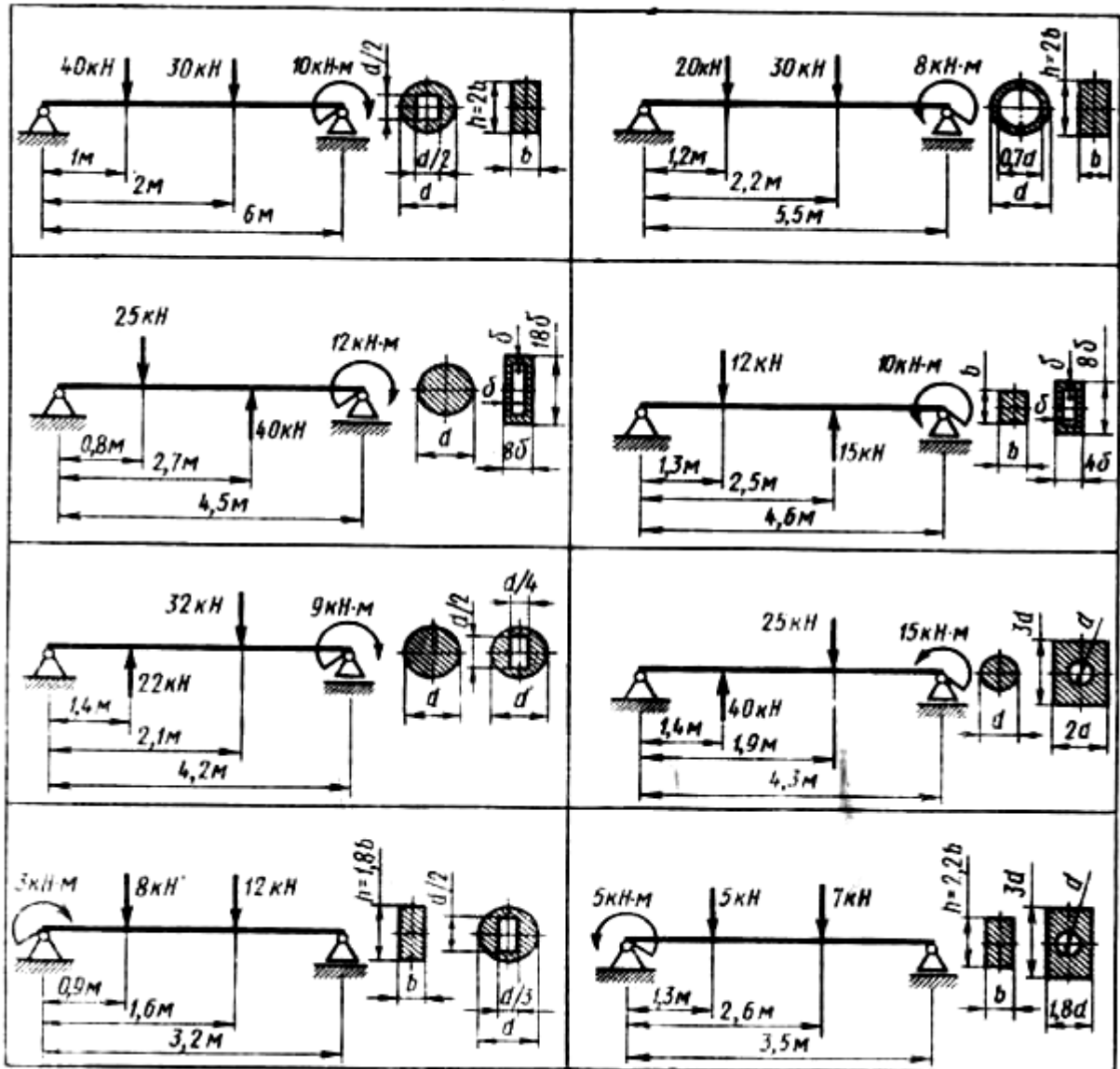


Рис 8.14



## Практическая работа №9 «Расчет бруса с применением гипотез прочности»

Для решения практической работы №9 необходимо изучить тему «Гипотезы прочности и их применение», так как в этой задаче рассматривается совместное действие изгиба и кручения, и расчет производится с применением гипотез прочности.

Условие прочности в этом случае имеет вид

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma], \quad (9.1)$$

где  $M_{\text{экв}}$  - так называемый эквивалентный момент.

При гипотезе наибольших касательных напряжений (иначе - третья гипотеза)

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_u^2 + M_K^2}, \quad (9.2)$$

При гипотезе потенциальной энергии формоизменения (иначе - пятая гипотеза)

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_u^2 + 0,75M_K^2}, \quad (9.3)$$

В обеих формулах  $M_K$  и  $M_u$  - соответственно крутящий и суммарный изгибающий моменты в рассматриваемом сечении вала. Числовое значение суммарного изгибающего момента равно геометрической сумме изгибающих моментов, возникающих в данном сечении от вертикально и горизонтально действующих внешних сил, т. е.

$$M_u = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}, \quad (9.4)$$

### Последовательность решения задачи:

- 1 Привести действующие на вал нагрузки к его оси, освободить вал от опор, заменив их действие реакциями в вертикальной и горизонтальной плоскостях.
- 2 По заданной мощности  $P$  и угловой скорости  $\omega$  определить вращающие моменты, действующие на вал.
- 3 Вычислить нагрузки  $F_1, F_{r1}, F_2, F_{r2}$ , приложенные к валу.
- 4 Составить уравнения равновесия всех сил, действующих на вал, отдельно в вертикальной плоскости и отдельно в горизонтальной плоскости и определить реакции опор в обеих плоскостях
- 5 Построить эпюру крутящих моментов.
- 6 Построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях (эпюры  $M_x$  и  $M_y$ ).
- 7 Определить наибольшее значение эквивалентного момента:

$$M_{\text{эквIII}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2}$$

или

$$M_{\text{эквV}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0,75M_z^2}$$

- 8 Предположив  $\sigma_{\text{экв}} = [\sigma]$  определить требуемый осевой момент сопротивления:

$$W_x = M_{\text{экв}} / [\sigma], \quad (9.5)$$

Учитывая, что для сплошного круглого сечения

$W_x = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3$  определяем  $d$  по следующей формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{экв}}}{\pi[\sigma]}} \approx \sqrt[3]{\frac{M_{\text{ЭКВ}}}{0,1[\sigma]}} \quad (9.6)$$

**Пример 9.1** Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колесами (рис 9.1 а), передающего мощность  $P = 15$  кВт при угловой скорости  $\omega = 30$  рад/с, определить диаметр вала по двум вариантам:

а) используя третью гипотезу прочности;

б) используя пятую гипотезу прочности.

Принять:  $[\sigma] = 160$  МПа;  $F_{r1} = 0,4F_1$ ;  $F_{r2} = 0,4F_2$ .

**Решение:**

1 Составляем расчетную схему вала, приводя действующие на вал нагрузки к оси (рис 9.1 б). При равномерном вращении вала  $M_1 = M_2$ , где  $M_1$  и  $M_2$  - скручивающие пары, которые добавляются при переносе сил  $F_1$  и  $F_2$  на ось вала.

2 Определяем вращающий момент, действующий на вал:

$$M_1 = M_2 = \frac{P}{\omega} = 0,5 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Вычислим нагрузки, приложенные к валу:

$$F_1 = \frac{2M_1}{d_1} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 10^4 \text{ Н} = 10 \text{ кН}; F_{r1} = 0,4 \cdot 10 = 4 \text{ кН};$$

$$F_2 = \frac{2M_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 10^3}{0,1} = 4 \cdot 10^3 \text{ Н} = 4 \text{ кН}; F_{r2} = 0,4 \cdot 4 = 1,6 \text{ кН}$$

3 Определяем реакции опор в вертикальной плоскости (рис 9.1 б):

$$\sum M_A = F_r \cdot AC + F_{r2} \cdot AD - R_B \cdot AB = 0;$$

$$R_{By} = \frac{F_{r1} \cdot AC + F_{r2} \cdot AD}{AB} = \frac{4 \cdot 0,05 + 1,6 \cdot 0,25}{0,3} = 2 \text{ кН}$$

$$\sum M_B = R_{Ay} \cdot AB - F_{r1} \cdot BC - F_{r2} \cdot DB = 0;$$

$$R_{Ay} = \frac{F_{r1} \cdot BC + F_{r2} \cdot DB}{AB} = \frac{4 \cdot 0,25 + 1,6 \cdot 0,05}{0,3} = 3,6 \text{ кН}$$

$$\sum Y = R_{Ay} - F_{r1} - F_{r2} + R_{By} = 2 - 4 - 1,6 + 3,6 = 0.$$

$\sum Y = 0$ , следовательно,  $R_{Ay}$  и  $R_{By}$  найдены правильно.

Определяем реакции опор в горизонтальной плоскости (рис 9.1 б):

$$\sum M_A = F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD - R_{Bx} \cdot AB = 0.$$

$$R_{Bx} = \frac{F_1 \cdot AC - F_2 \cdot AD}{AB} = \frac{10 \cdot 0,05 - 4 \cdot 0,25}{0,3} = -1,66 \text{ кН}$$

Знак минус указывает на то, что истинное направление реакции противоположно выбранному (см. рис 9.1 б):

$$\sum M_B = R_{Ax} \cdot AB - F_1 \cdot CB + F_2 \cdot DB = 0$$

$$R_{Ax} = \frac{F_1 \cdot CB - F_2 \cdot DB}{AB} = \frac{10 \cdot 0,25 - 4 \cdot 0,05}{0,3} = 7,66 \text{ кН}.$$

$$\sum X = R_{Ax} - F_1 + F_2 - R_{Bx} = 7,66 - 10 + 4 - 1,66 = 0.$$

$\sum X = 0$ , следовательно,  $R_{Ax}$  и  $R_{Bx}$  найдены верно.

4 Строим эпюру крутящих моментов  $M_z$  (рис 9.1 в).

5 Определяем в характерных сечениях значения изгибающих моментов  $M_x$  в вертикальной плоскости и  $M_y$  в горизонтальной плоскости и строим эпюры (рис 9.1 г, д.):

$$\begin{aligned}M_{Cx} &= R_A \cdot AC = 3.6 \cdot 0.05 = 0.18 \text{ kH} \cdot \text{м}; \\M_{Dx} &= R_{Ay} \cdot AD - F_{r1} \cdot CD = 3.6 \cdot 0.25 - 4 \cdot 0.2 = 0.1 \text{ kH} \cdot \text{м} \\M_{Cy} &= R_{Ax} \cdot AC = 7.66 \cdot 0.05 = 0.383 \text{ kH} \cdot \text{м} \\M_{Dy} &= R_{Ax} \cdot AD - F_1 \cdot CD = 7.66 \cdot 0.25 - 10 \cdot 0.2 = -0.085 \text{ kH} \cdot \text{м}\end{aligned}$$

6 Вычисляем наибольшее значение эквивалентного момента по заданным гипотезам прочности. Так как в данном примере значение суммарного изгибающего момента в сечении С больше, чем в сечении D,

$$\begin{aligned}M_{uC} &= \sqrt{M_{Cx}^2 + M_{Cy}^2} = \sqrt{0.18^2 + 0.383^2} = 0.423 \text{ kH} \cdot \text{м} \\M_{uD} &= \sqrt{M_{Dx}^2 + M_{Dy}^2} = \sqrt{0.1^2 + 0.085^2} = 0.13 \text{ kH} \cdot \text{м},\end{aligned}$$

то сечение С и является опасным. Определяем эквивалентный момент в сечении С.

Вариант а)

$$M_{эквIII} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = \sqrt{0.18^2 + 0.383^2 + 0.5^2} = \sqrt{0.429} = 0.655 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Вариант б)

$$M_{эквV} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + 0.75M_z^2} = \sqrt{0.18^2 + 0.383^2 + 0.75 \cdot 0.5^2} = \sqrt{0.366} = 0.605 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

7 Определяем требуемые размеры вала по вариантам а и б.

По варианту а)

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{эквIII}}{0.1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0.655 \cdot 10^6}{0.1 \cdot 160}} = 34.5 \text{ мм}$$

По варианту б)

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{эквV}}{0.1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{0.605 \cdot 10^6}{0.1[\sigma]}} = 33.6 \text{ мм}$$

Принимаем  $d_{вала} = 34$  мм.

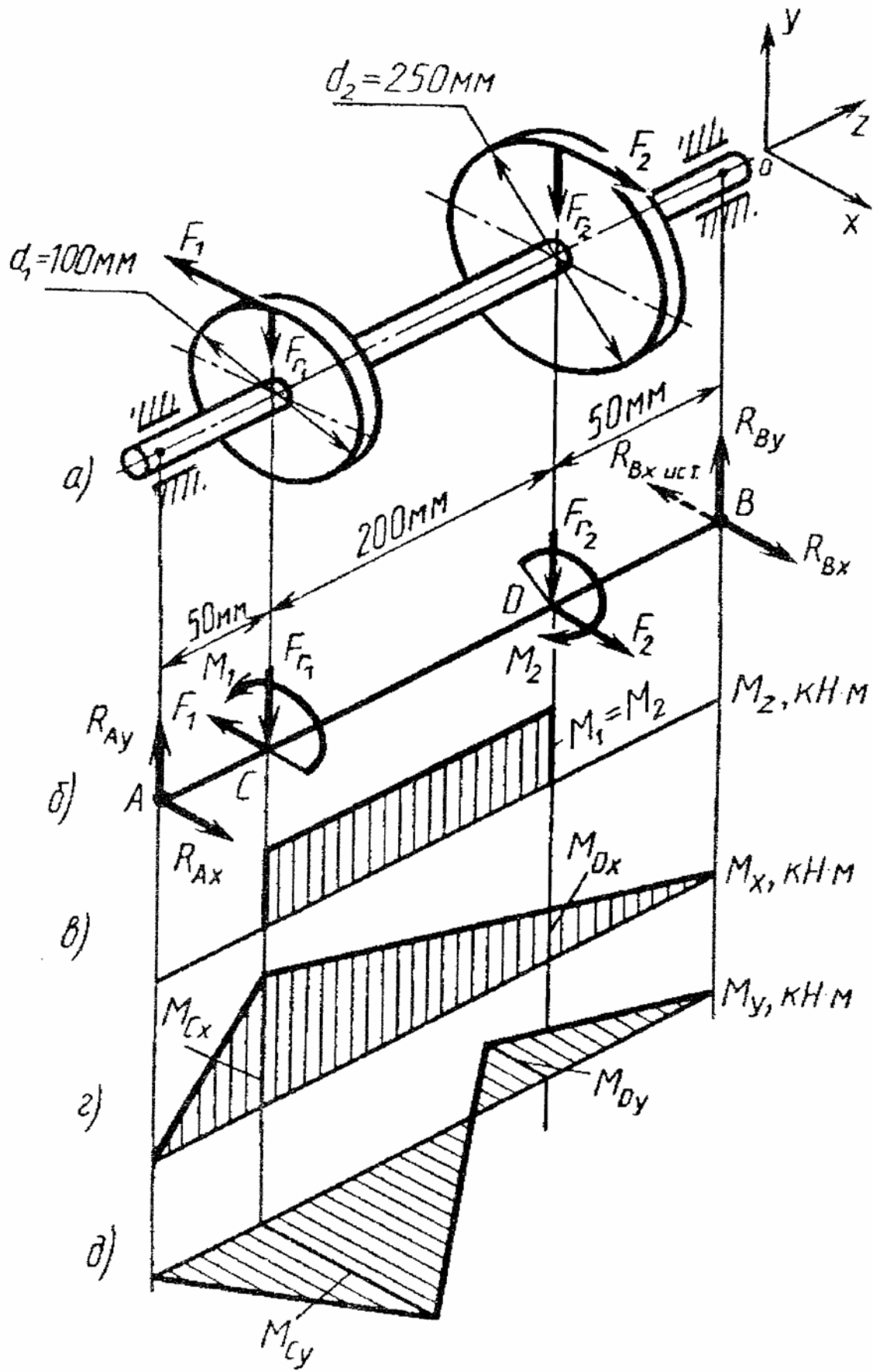


Рис 9.1

**Задача 9.1 (рис 9.2)**

Для заданного бруса построить эпюры крутящих и изгибающих моментов и подобрать размер круглого сечения. Для материала бруса (сталь Ст 3) принять  $[\sigma]=160 \text{ Н/мм}^2$

*Указание:* Момент  $M_1$  действует в продольной плоскости бруса, а момент  $M_2$  - в поперечной.

Схема на рис 9.2	Вариант №	F	$M_1$	$M_2$	$l_1$	$l_2$
		кН	кН·м	кН·м	м	м
1	1	3	1	3	0,3	0,3
	2	5	1	3	0,3	0,7
	3	3	3	1	0,3	0,5
2	4	1	3	5	0,5	0,7
	5	3	5	3	0,3	0,9
	6	5	5	1	0,5	0,9
3	7	7	3	1	0,5	0,3
	8	1	1	3	0,5	0,3
	9	5	3	1	0,5	0,5
4	10	7	1	3	0,3	0,5
	11	3	1	3	0,3	0,3
	12	5	1	3	0,3	0,7
5	13	3	3	1	0,3	0,5
	14	1	3	5	0,5	0,7
	15	3	5	3	0,3	0,9
6	16	5	5	1	0,5	0,9
	17	7	3	1	0,5	0,3
	18	1	1	3	0,5	0,3
7	19	5	3	1	0,5	0,5
	20	7	1	3	0,3	0,5
	21	3	1	3	0,3	0,3
8	22	5	1	3	0,3	0,7
	23	3	3	1	0,3	0,5
	24	1	3	5	0,5	0,7
9	25	3	5	3	0,3	0,9
	26	5	5	1	0,5	0,9
	27	7	3	1	0,5	0,3
10	28	1	1	3	0,5	0,3
	29	5	3	1	0,5	0,5
	30	7	1	3	0,3	0,5

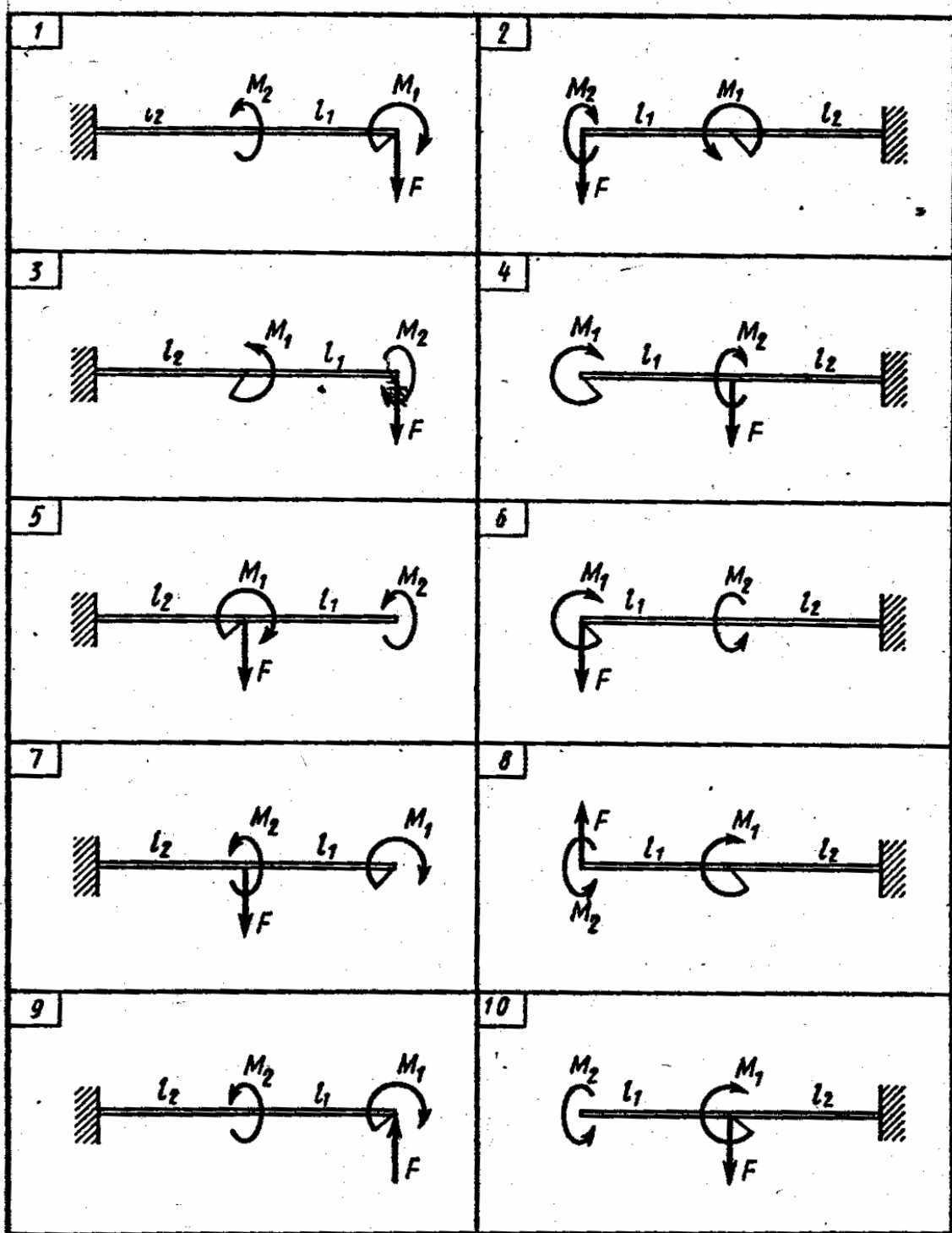


Рис 9.2

### Задача 9.2 (рис 9.3)

Для стального вала постоянного поперечного сечения с двумя зубчатыми колёсами, передающего мощность  $P$ , кВт; при угловой скорости  $\omega$ , рад/с. Определить вертикальные и горизонтальные составляющие реакций подшипников; построить эпюру крутящих моментов; построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальных плоскостях; определить диаметр вала, приняв  $[\sigma]=60$  МПа и полагая  $F_{r1} = 0.4 F_1$ ;  $F_{r2} = 0.4 F_2$ . В задачах 1-10 расчёт производить по гипотезе наибольших касательных напряжений.

Схема на рис 9.3	Вариант №	$P$ , кВт	$\omega$ , рад/с
1	1	6	22
	2	8	36
	3	10	40
2	4	9	30
	5	3	45
	6	20	50
3	7	12	68
	8	5	20
	9	3	50
4	10	12	48
	11	10	30
	12	20	80
5	13	15	45
	14	12	3
	15	14	18
6	16	8	42
	17	10	45
	18	18	22
7	19	25	40
	20	5	42
	21	5	18
8	22	10	18
	23	12	30
	24	24	30
9	25	6	24
	26	12	52
	27	3	15
10	28	15	45
	29	19	50
	30	20	25

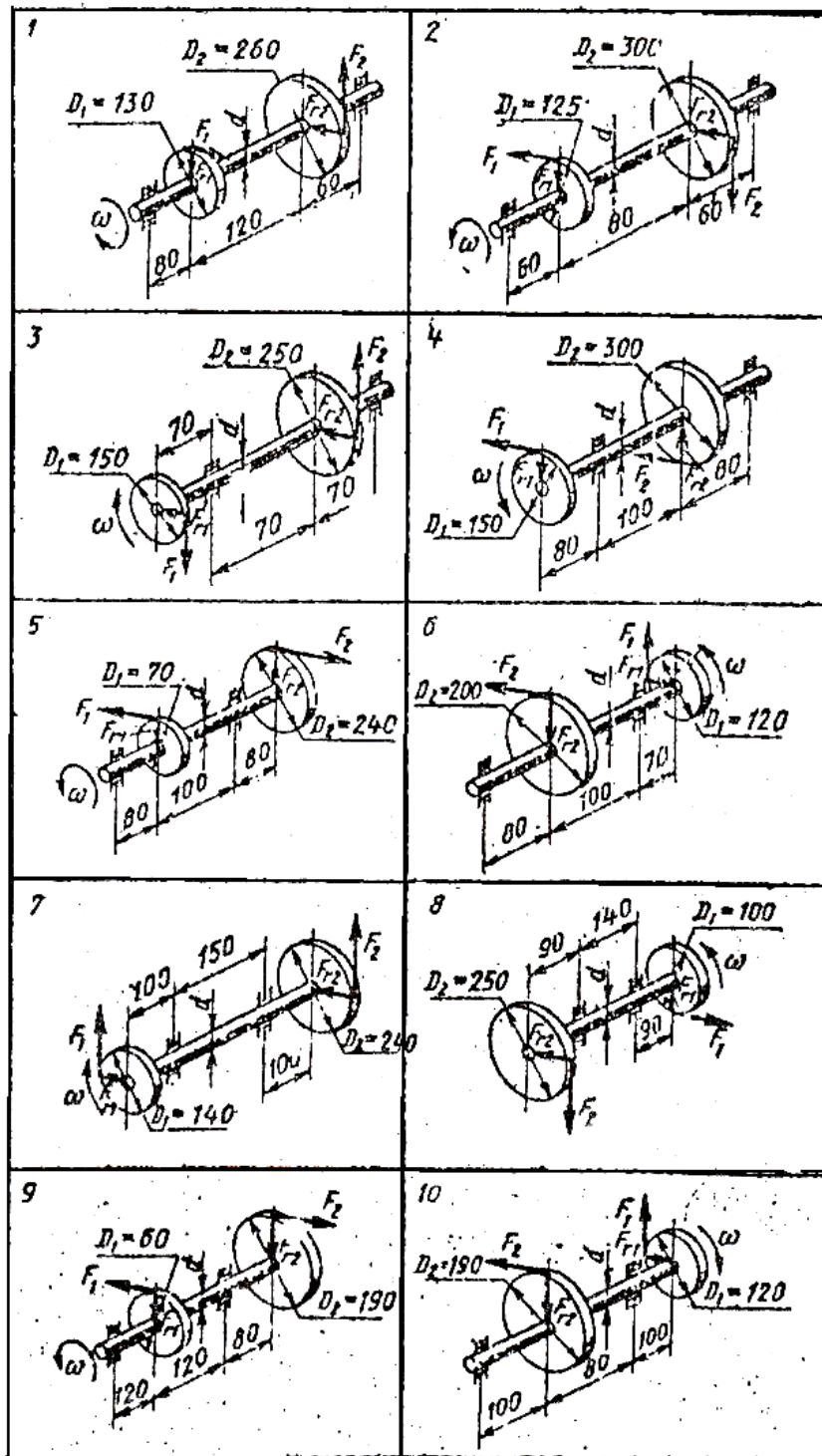


Рис 9.3



### Задача 9.3 (рис 9.4)

Для стального вала постоянного поперечного сечения с одним зубчатым колесом, передающего мощность  $P$ , кВт, при угловой скорости  $\omega_1$ , рад/с. Определить вертикальные и горизонтальные составляющие реакции подшипников, построить эпюру крутящих моментов, построить эпюры изгибающих моментов в вертикальной и горизонтальной плоскостях, определить диаметр вала, приняв  $[\sigma] = 60$  МПа (в задачах 2,4,6,8,10) и полагая  $F = 0,4F_1$ . В задачах 1-5 расчет производить по гипотезе потенциальной энергии формоизменения, а в задачах 6-10 - по гипотезе наибольших касательных напряжений

Схема на рис 9.4	Вариант №	$P$ , кВт	$\omega$ рад/с
1	1	30	10
	2	36	12
	3	52	15
2	4	24	24
	5	18	30
	6	42	25
3	7	45	18
	8	22	20
	9	40	14
4	10	50	40
	11	40	18
	12	35	40
5	13	30	32
	14	36	24
	15	15	14
6	16	35	10
	17	42	15
	18	45	38
7	19	20	50
	20	36	15
	21	35	32
8	22	15	60
	23	20	58
	24	18	38
9	25	24	31
	26	30	37
	27	28	42
10	28	18	55
	29	23	45
	30	12	28

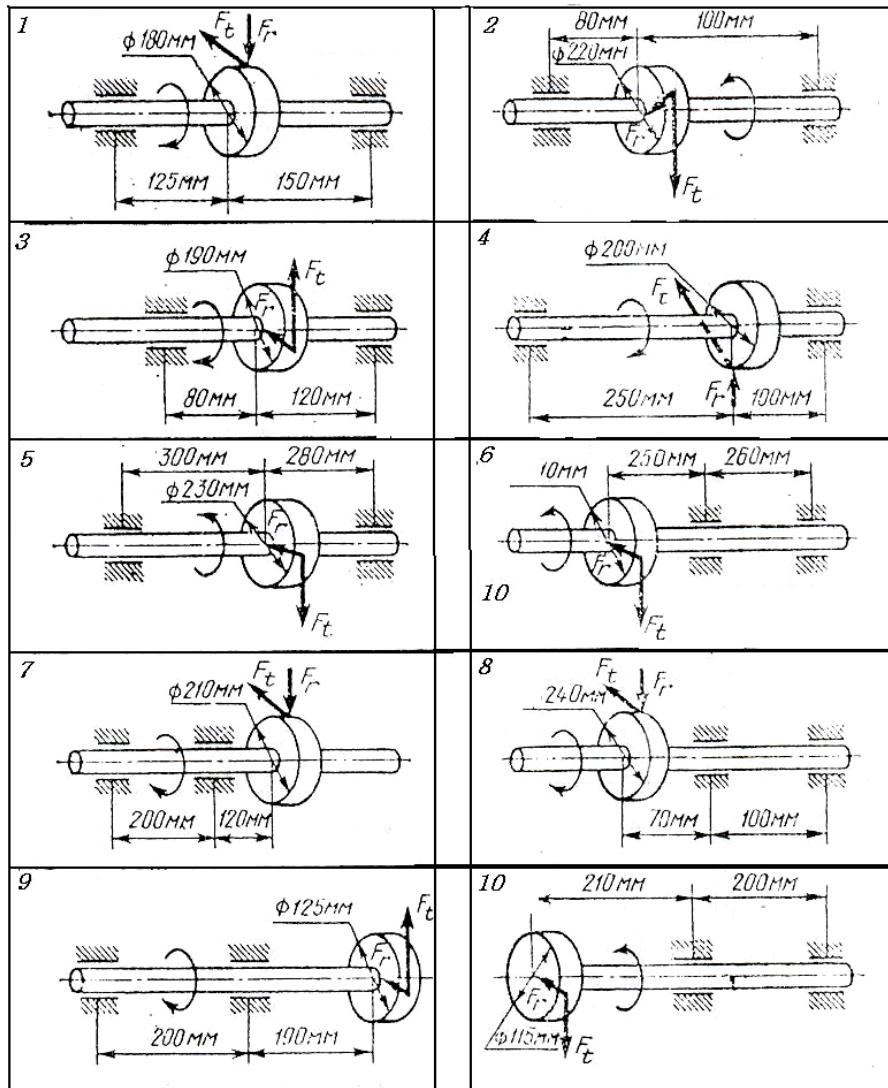


Рис 9.4

Задача 9.4 (рис 9.5)

На валу, вращающемся в подшипниках с постоянной угловой скоростью  $\omega$  и передающем мощность  $P$ , жестко закреплены два зубчатых колеса, расчетные диаметры которых соответственно  $d_1$  и  $d_2$ . Требуется:

а) определить действующие на зубья колёс окружные (касательные) силы  $F_1$  и  $F_2$ ;

б) построить эпюры крутящих моментов и изгибающих моментов;

в) определить требуемый диаметр вала и округлить полученное значение до числа, оканчивающегося на 0 и 5 (в мм). Диаметр вала считать постоянным по всей длине. Для материала вала (сталь 45) с учетом предотвращения усталостного разрушения принять  $[\sigma] = 80$  МПа

Схема на рис 9.5	Вариант №	P кВт	$\omega$ рад\с	d <sub>1</sub> м	d <sub>2</sub> м	l <sub>1</sub> м	l <sub>2</sub> м	l <sub>3</sub> м
1	1	14	10	0,4	0,2	0,1	0,1	0,1
	2	2	25	0,16	0,32	0,1	0,1	0,05
	3	9	20	0,28	0,14	0,1	0,05	0,1
2	4	8	40	0,1	0,2	0,05	0,1	0,05
	5	14	10	0,4	0,2	0,1	0,1	0,1
	6	9	20	0,28	0,14	0,1	0,05	0,1
3	7	2	25	0,16	0,32	0,1	0,1	0,05
	8	18	20	0,36	0,18	0,1	0,15	0,1
	9	16	10	0,41	0,22	0,05	0,05	0,05
4	10	9	20	0,28	0,14	0,1	0,05	0,1
	11	18	20	0,36	0,18	0,1	0,15	0,1
	12	9	30	0,12	0,24	0,05	0,1	0,05
5	13	16	10	0,41	0,22	0,05	0,05	0,05
	14	9	30	0,12	0,24	0,05	0,1	0,05
	15	16	40	0,13	0,26	0,1	0,05	0,05
6	16	18	20	0,36	0,18	0,1	0,15	0,1
	17	12	10	0,38	0,19	0,1	0,1	0,1
	18	16	40	0,13	0,26	0,1	0,05	0,05
7	19	9	30	0,12	0,24	0,05	0,1	0,05
	20	10	20	0,3	0,15	0,05	0,05	0,1
	21	16	40	0,13	0,26	0,1	0,05	0,05
8	22	16	40	0,13	0,26	0,1	0,05	0,05
	23	10	20	0,3	0,15	0,05	0,05	0,1
	24	9	30	0,12	0,24	0,05	0,1	0,05
9	25	12	10	0,38	0,19	0,1	0,1	0,1
	26	16	40	0,13	0,26	0,1	0,05	0,05
	27	9	30	0,12	0,24	0,05	0,1	0,05
10	28	10	20	0,3	0,15	0,05	0,05	0,1
	29	12	10	0,38	0,19	0,1	0,1	0,1
	30	9	30	0,12	0,24	0,05	0,1	0,05

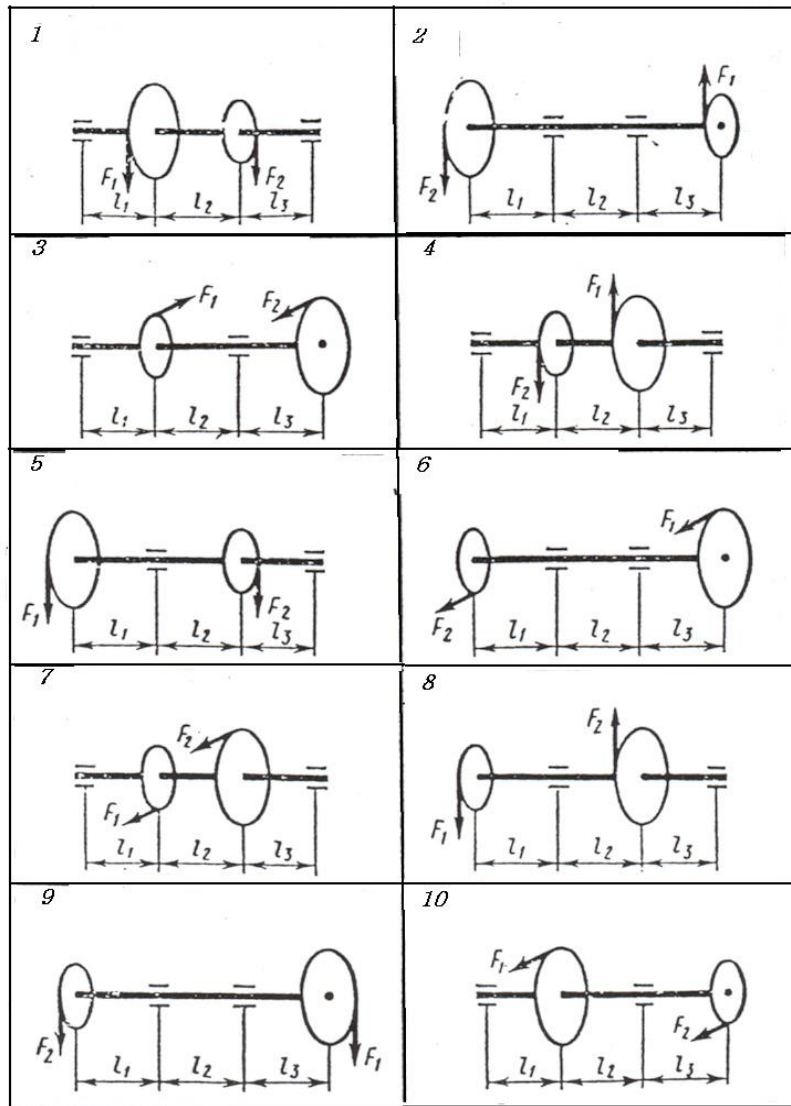


Рис 9.5

## Практическая работа №10 «Расчет бруса на устойчивость»

Прежде чем приступить к решению этой практической работы, необходимо изучить тему «Устойчивость сжатых стержней».

Известно, что при некотором значении центрально приложенной сжимающей нагрузки длинный тонкий стержень может потерять устойчивость, или как говорят иначе, «выпучиться» в плоскости его наименьшей жесткости. Для того чтобы избежать потери устойчивости стержня, необходимо, чтобы действующая на него сжимающая нагрузка была в несколько раз меньше критической силы. Число, показывающее, во сколько раз действующая на стержень сжимающая нагрузка меньше критической силы, называется запасом устойчивости  $n_y$ .

В зависимости от гибкости стержня  $F_{кр}$  критическая сила может быть найдена либо по формуле Эйлера, либо по эмпирической формуле Ясинского. Гибкость стержня определяется по формуле

$$\lambda = \frac{\mu l}{I_{min}}, \quad (10.1)$$

где  $\mu$  - коэффициент приведения длины, зависящий от вида закрепления стержня;  $l$  - длина стержня;  $I_{min}$  - минимальный осевой момент инерции сечения стержня.

$$l_n = \mu l, \quad (10.2)$$

где  $l_n$  - приведенная длина стержня.

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{S}},$$

(10.3)

где  $i_{min}$  - минимальный радиус инерции сечения стержня;  $S$  - площадь поперечного сечения стержня.

Если гибкость стержня  $\lambda$  не меньше предельной гибкости  $\lambda_{пред}$ , то используют формулу Эйлера

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{min}}{(\mu l)^2}, \quad (10.4)$$

Если  $\lambda_0 \leq \lambda < \lambda_{пред}$ , то используют формулу Ясинского

$$\sigma_{кр} = a - b\lambda; \quad (10.5)$$

$$\sigma_{кр} = \frac{F_{кр}}{S}, \quad (10.6)$$

где  $a$  и  $b$  - коэффициенты, зависящие от рода материала. Если требуется проверить на устойчивость стержень, выполненный из материала, которого нет в таблице, то  $\lambda_{пред}$  может быть вычислено по формуле:

$$\lambda_{пред} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{ли}}}, \quad (10.7)$$

где  $E$  – модуль продольной упругости материала;  $\sigma_{ли}$  – нормальное напряжение пропорциональности материала.

### Расчет на устойчивость

Расчет на устойчивость заключается в определении допускаемой сжимающей силы:

$$F \leq [F], \quad (10.8)$$

$$[F] = \frac{F_{кр}}{[n_y]}, \quad (10.9)$$

$$F \leq \frac{F_{кр}}{[n_y]}, \quad (10.10)$$

где  $F$  – действующая сжимающая сила;

$[F]$  – допускаемая сжимающая сила, обеспечивает некоторый запас устойчивости;

$F_{кр}$  – критическая сила;

$[n_y]$  – допускаемый коэффициент запаса устойчивости.

Обычно для сталей  $[n_y] = 1,8 \div 3$ ;

для чугуна  $[n_y] = 5$ ;

для древесины  $[n_y] = 2,8$ .

**Пример 10.1** Найти запас устойчивости стойки (рис 11.3), выполненный из стали марки Ст3.

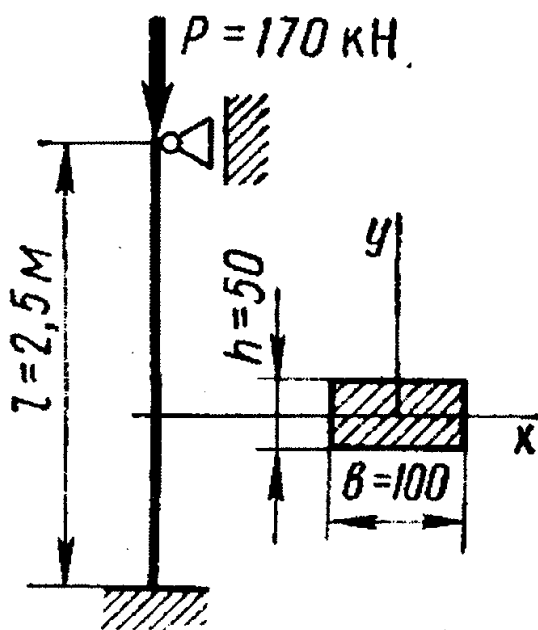


Рис 10.1

**Решение:** Прежде всего нужно выяснить, какую формулу можно использовать.

Найдем гибкость стержня:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{S}}$$

В данном случае  $I_{\min} = I_x = bh^3/12$ ;  $S = bh$ , тогда

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{bh^3}{12bh}} = \sqrt{\frac{h^2}{12}} = \sqrt{\frac{50^2}{12}} = 14,5 \text{ мм}$$

Коэффициент приведения длины при данном виде закрепления  $\mu = 0,7$ .

Вычислим гибкость стержня:  $\lambda = (0,7 \cdot 2,5 \cdot 10^3)/14,5 = 120$ .

Для стали марки Ст3  $\lambda_{\text{пред}} = 100$ , поэтому справедлива формула Эйлера:

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}; \quad I_{\min} = \frac{100 \cdot 50^3}{12} = 10410 \text{ мм}^4;$$

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 210 \cdot 10 \cdot 410}{(0,7 \cdot 2,5 \cdot 10^3)^2} = 680 \cdot 10^3 \text{ Н} = 680 \text{ кН}$$

Найдем запас устойчивости:  $n_y = P_{kp}/P = 680/170 = 4$ .

**Пример 10.2** Как изменится критическая сила для стержня, если изменить способ закрепления концов? Сравнить представленные схемы (рис 11.4)

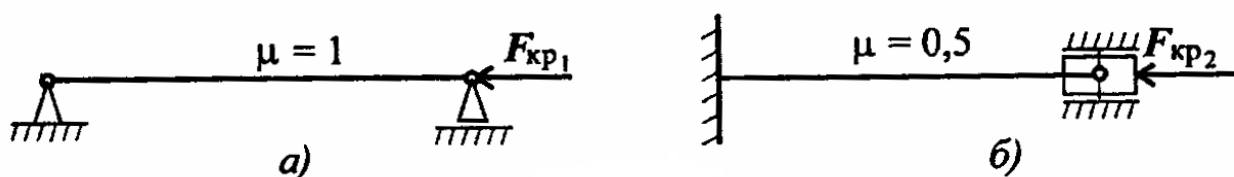


Рис 11.2

**Решение**

$$\frac{F_{kp1}}{F_{kp2}} = \frac{\pi^2 EI_{\min} (\mu_2 l)^2}{(\mu_1 l)^2 \pi^2 EI_{\min}}$$

$$F_{kp2} = F_{kp1} \frac{\mu_1^2}{\mu_2^2}; \quad F_{kp2} = F_{kp1} \frac{1^2}{0,5^2}$$



Критическая сила увеличится в 4 раза.  $F_{kp2} = 4F_{kp1}$ .

**Пример 10.3** Как изменится критическая сила при расчете на устойчивость, если стержень двутаврового сечения (рис 11.5а, двутавра № 12) заменить стержнем прямоугольного сечения той же площади (рис 11.5б)? Остальные параметры конструкции не меняются. Расчет выполнить по формуле Эйлера.

**Решение:**

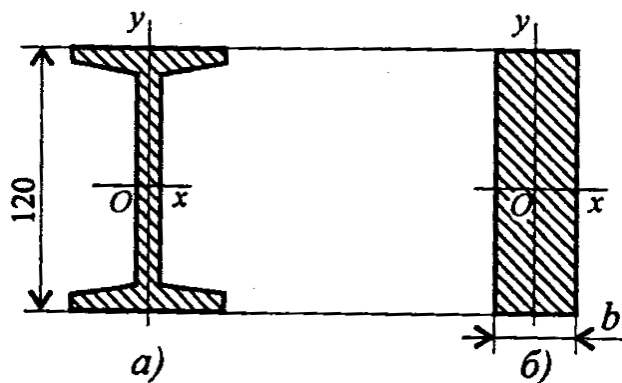


Рис 10.3

1 Определим ширину сечения прямоугольника, высота сечения равно высоте сечения двутавра. Геометрические параметры двутавра № 12 по ГОСТ 8239-89 следующие: площадь сечения  $A_1 = 14,7 \text{ см}^2$ ;

минимальные из осевых моментов инерции  $I_y = 27,9 \text{ см}^4$ .

По условию площадь прямоугольного сечения равна площади сечения двутавра. Определяем ширину полосы при высоте 12 см.

$$A_2 = bh = 14,7 \text{ см}^2; \quad b = \frac{14,7}{12} = 1,225 \text{ см}.$$

2 Определим минимальный из осевых моментов инерции.

$$I_{\min 2} = I_{y2} = \frac{hb^3}{12}; \quad I_{y2} = \frac{12(1,225)^3}{12} = 1,84 \text{ см}^4.$$

3 Критическая сила определяется по формуле Эйлера:

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}.$$

4 При прочих равных условиях отношение критических сил равно отношению минимальных моментов инерции:

$$\frac{F_{kp1}}{F_{kp2}} = \frac{27,9}{1,84} \cong 15.$$

5 Таким образом, устойчивость стержня с сечением двутавр № 12 в 15 раз выше, чем устойчивость стержня выбранного прямоугольного сечения.

**Пример 10.4** Проверить устойчивость стержня. Стержень длиной 1 м зашпелен одним концом, сечение – швеллер № 16, материал – Ст3, запас устойчивости трехкратный. Стержень нагружен сжимающей силой 82 кН (рис 11.6).

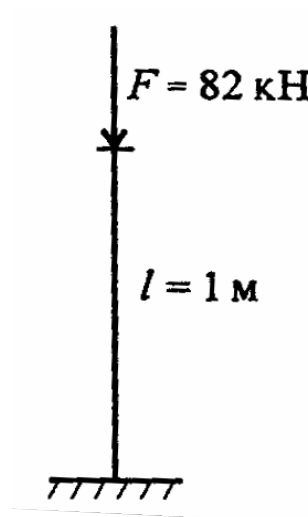


Рис 10.4

1 Определяем основные геометрические параметры сечения стержня по ГОСТ 8240-89.

Швеллер № 16: площадь сечения  $18,1 \text{ см}^2$ ; минимальный осевой момент сечения  $63,3 \text{ см}^4$ ; минимальный радиус инерции сечения  $i_{\min}=1,87 \text{ см}$ .

2 Определяем категорию стержня в зависимости от гибкости.

Предельная гибкость для материала Ст3  $\lambda_{\text{пред}} = 100$ .

Расчетная гибкость стержня при длине  $l = 1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 1000}{18,7} = 106,95.$$

Рассчитываемый стержень – стержень большой гибкости, расчет по формуле Эйлера.

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2}; F_{kp} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 63,3 \cdot 10^4}{(2 \cdot 1000)^2} = 312000 \text{ Н} = 312 \text{ кН}.$$

3 Допускаемая нагрузка на стержень  $[F] = F_{kp}/[n_y]$ .

$$[F_y] = \frac{312}{3} = 105,5 \text{ кН} /$$

4 Условие устойчивости  $F \leq [F_y]$ ;

$82 \text{ кН} < 105,5 \text{ кН}$ . Устойчивость стержня обеспечена.

**Пример 10.5** Для колонны, изображенной на рис 11.7, определить допускаемое значение силы  $F$ . Материал колонны сталь Ст3. Требуемый коэффициент запаса устойчивости  $[n_y] = 3$ .

**Решение:** Допускаемое значение силы  $F$  найдем из расчета колонны на устойчивость.

Предельное значение гибкости для материала колонны ( для стали Ст3)  $\lambda_{\text{пред}} = 100$ .

Определим гибкость колонны

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}},$$

$$i_{\min} = i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4) : \frac{\pi d^3}{4} (1 - c^2)} = \frac{d}{4} \sqrt{1 + c^2} =$$

где

$$= \frac{120}{4} \sqrt{1 + \left(\frac{100}{120}\right)^2} = 39,2 \text{ мм}$$

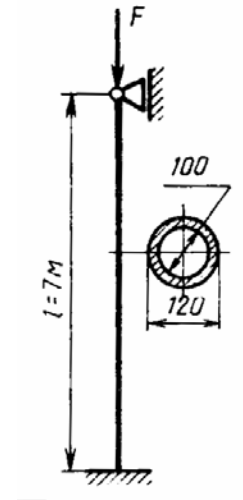


Рис 10.5

В данном случае любая центральная ось является главной и все центральные моменты инерции равны между собой.

Подставляя числовые значения, получаем

$$\lambda = \frac{0,7 \cdot 7000}{39,2} = 125.$$

Так как гибкость колонны оказалась больше предельной гибкости, критическую силу вычислим по формуле Эйлера

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 530 \cdot 10^4}{(0,7 \cdot 7000)^2} = 4,36 \cdot 10^3 \text{ Н} = 436 \text{ кН},$$

где

$$I_{\min} = I = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4) = \frac{3,14 \cdot 120^4}{64} \left[ 1 - \left(\frac{100}{120}\right)^4 \right] = 530 \cdot 10^4 \text{ мм}^4.$$

Тогда  $[F] = \frac{F_{kp}}{[n_y]} = \frac{436}{3} = 145,3 \text{ кН}.$

**Пример 10.6** Определить допускаемое значение силы  $F$  для кронштейна из хромомолибденовой стали (рис 11.8а), если  $\sigma_{\text{пц}} = 540 \text{ Н/мм}^2$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ ,  $\sigma_T = 600 \text{ Н/мм}^2$ .

При расчете принять: для растянутого стержня  $[n_y] = 2,5$ ; для сжатого стержня  $[n_y] = 4$ .

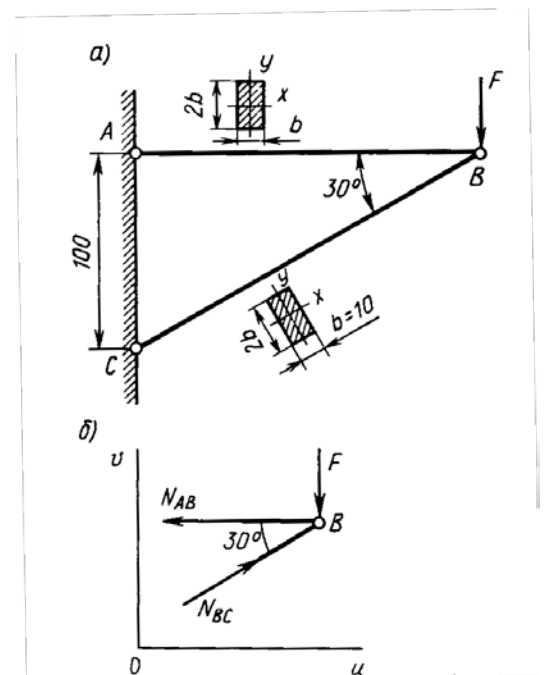


Рис 10.6

**Решение:** Вырезая узел В и рассматривая его равновесие, определяем силы в стержнях АВ и ВС (рис 1.8б):

$$\sum v = 0, \quad -F \cdot N_{BC} \sin 30^\circ = 0, \quad N_{BC} = 2F;$$

$$\sum u = 0, \quad -N_{AB} + N_{BC} \cos 30^\circ = 0, \quad N_{AB} = 1,73F.$$

Определим [F] из условия прочности АВ

$$\sigma_{AB} = \frac{N_{AB}}{A_{AB}} = \frac{1,73F}{b \cdot 2b} = 0,865 \frac{F}{b^2} \leq [\sigma],$$

откуда

$$[F] = \frac{b^2[\sigma]}{0,865}.$$

Допускаемое напряжение

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]} = \frac{600}{2,5} = 240 \text{ Н / мм}^2.$$

Подставляя числовые значения, получаем

$$[F] = \frac{10^2 \cdot 240}{0,865} = 27,9 \text{ кН}.$$

Определим допускаемое значение силы F из условия устойчивости стержня ВС. Предельная гибкость для заданного материала

$$\lambda_{пред} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{нц}}} = \sqrt{\frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5}{540}} = 62.$$

Гибкость стержня  $\lambda = \frac{\mu l_{BC}}{i}$ , где  $\mu = 1,0$

$$l_{BC} = \frac{AC}{\sin 30^\circ} = 100 / 0,5 = 200 \text{ мм},$$

$$i_{\min} = i_y = \sqrt{I_y / A} = \sqrt{\frac{2b \cdot b^3}{12 \cdot 2b^2}} = 0,29b = 0,29 \cdot 10 = 2,9 \text{ мм}.$$

Подставляя числовые значения, получаем  $\lambda = \frac{1 \cdot 200}{2,9} = 69$ .

Так как гибкость стержня больше предельной гибкости, то критическую силу вычисляем по формуле Эйлера

$$(N_{BC})_{кр} = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu l_{BC})^2} = \frac{3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^3 / 12}{(1 \cdot 200)^2} = 86,5 \text{ кН}.$$

Допускаемая сила для стержня ВС из условия устойчивости

$$[N_{BC}] = \frac{(N_{BC})_{кр}}{[n_y]} = \frac{86,5}{4} = 21,6 \text{ кН}.$$

Но  $[N_{BC}] = 2[F]_{\text{уст}}$ , откуда  $[F]_{\text{уст}} = 1/2 [N_{BC}] = 1/2 \cdot 21,6 = 10,8 \text{ кН}.$

Допускаемое значение силы F должно быть принято из условия устойчивости стержня ВС, т.е. 10,8 кН

Справочные данные для решения задач практической работы №10

1 E, Модуль продольной упругости - Н/мм<sup>2</sup> (Па, МПа)

Сталь -  $2,0 \cdot 10^5$

Алюминий -  $0,7 \cdot 10^5$

Чугун -  $1,5 \cdot 10^5$

2

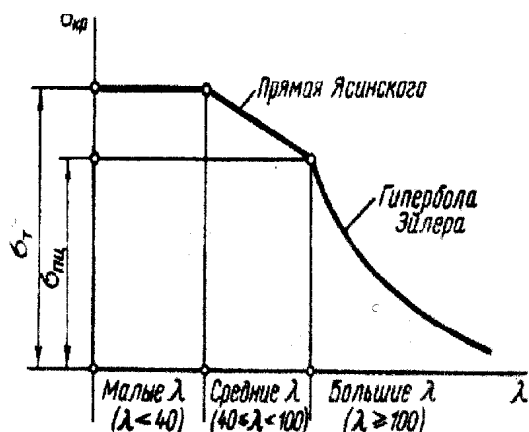


Рис 10.22

3

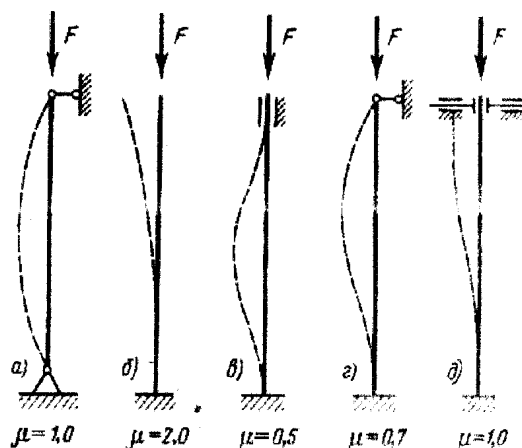


Рис 10.23

4 круг

$$I_{\min} = \frac{\pi d^4}{64}$$

кольцо

$$I_{\min} = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4)$$

где  $c = \frac{d_0}{d}$

квадрат

$$I_{\min} = \frac{a^4}{12}$$

прямоугольник

$$I_x = \frac{bh^3}{12}$$

прямоугольник

$$I_y = \frac{hb^3}{12}$$

5

Таблица 10.1

Материалы	a, Н/мм <sup>2</sup>	b, Н/мм <sup>2</sup>	$\lambda_0$	$\lambda_{пред}$
Сталь Ст2	264	0,70	60	105
Ст3	310	1,14	60	100
20, Ст4	328	1,15	60	96
45	449	1,67	52	85
Дюралюмин Д16	406	1,83	30	53

Для стержней из чугуна литья (при  $\lambda = 80$ )

6

Коэффициенты  $\varphi$  уменьшения основного допускаемого напряжения при расчете стержней на устойчивость.

Гибкость $\lambda$	Сталь Ст2, Ст3, Ст4.	Сталь Ст5	Чугун	Дерево
0	1,00	1,00	0,10	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,69	0,87
50	0,89	0,86	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,26	0,48
90	0,69	0,62	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,16	0,31
110	0,52	0,43	-	0,25
120	0,45	0,37	-	0,22
130	0,40	0,36	-	0,18
140	0,36	0,29	-	0,16
150	0,32	0,26	-	0,14
160	0,29	0,24	-	0,12
170	0,26	0,21	-	0,11
180	0,23	0,19	-	0,10
190	0,21	0,17	-	0,09
200	0,19	0,16	-	0,08

7 [  $\sigma$  ] – допускаемое значение нормального напряжения, МПа

Сталь Ст3, Ст4	160
Сталь Ст5	175
Чугун	140
Дерево	10

### Задача 10.1 (Рис 10.7)

Проверить на устойчивость сжатую стойку (Рис 10.7), если требуемый запас устойчивости должен быть не ниже  $[n_y] = 3$ .

Вариант №	Схема на рис10.9	F, кН	l,м	Материал стойки
1	1	60	2,5	Ст3
2	2	65	2,1	Ст5
3	3	84	2,0	Ст3
4	4	60	3,0	Ст2
5	5	130	3,2	Чугун
6	6	76	4,1	Чугун
7	7	250	2,5	Ст5
8	8	60	3,0	Ст3
9	9	120	3,8	Чугун
10	10	13	3,1	Чугун
11	1	60	2,5	Ст3
12	2	65	2,1	Ст5
13	3	84	2,0	Ст3
14	4	60	3,0	Ст2
15	5	130	3,2	Чугун
16	6	76	4,1	Чугун
17	7	250	2,5	Ст5
18	8	60	3,0	Ст3
19	9	120	3,8	Чугун
20	10	13	3,1	Чугун
21	1	60	2,5	Ст3
22	2	65	2,1	Ст5
23	3	84	2,0	Ст3
24	4	60	3,0	Ст2
25	5	130	3,2	Чугун
26	6	76	4,1	Чугун
27	7	250	2,5	Ст5
28	8	60	3,0	Ст3
29	9	120	3,8	Чугун
30	10	13	3,1	Чугун

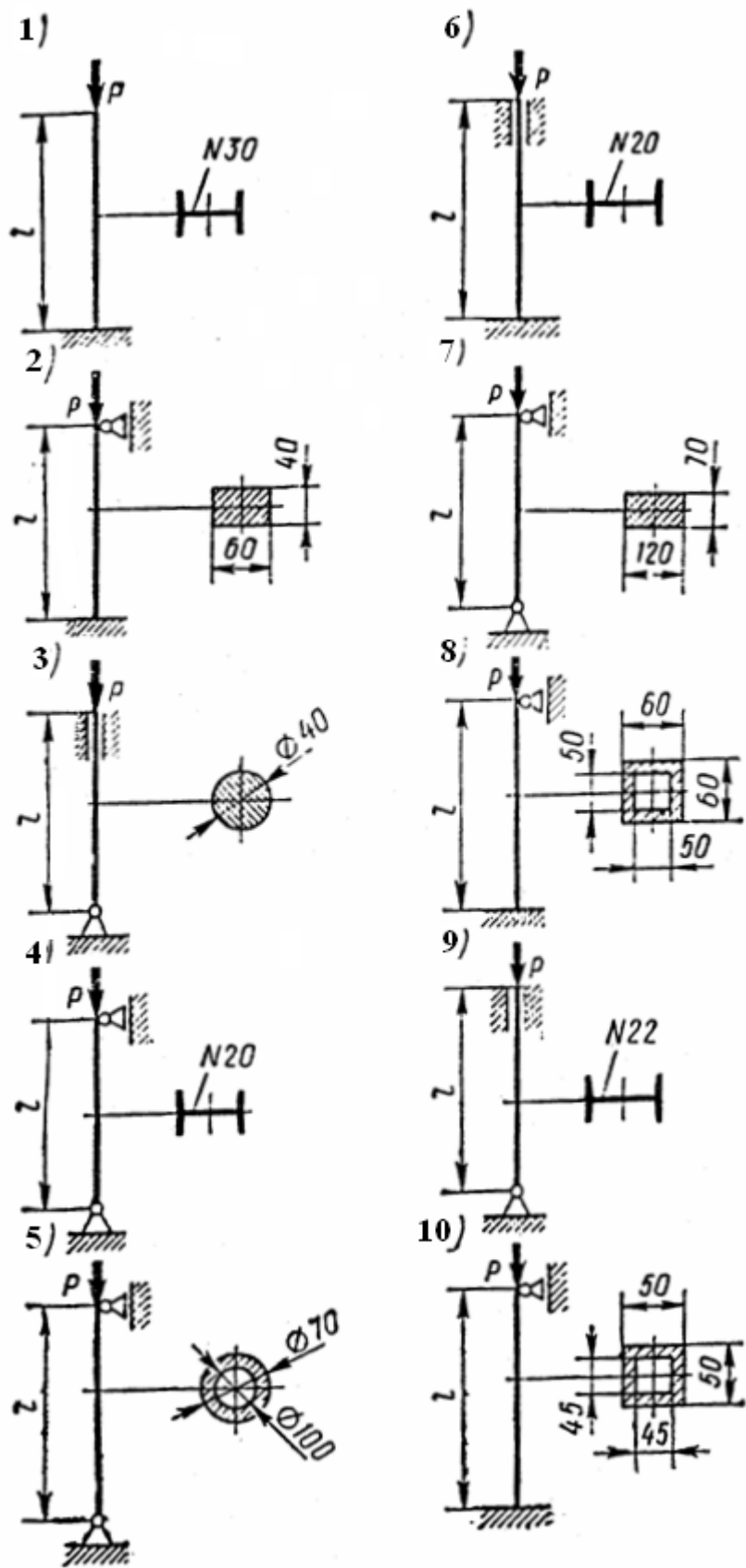


Рис 10.7



### Задача 10.2 (Рис 10.8)

Проверить на устойчивость сжатую стойку (Рис 10.8), если требуемый запас устойчивости должен быть не ниже  $[n_y] = 3$ .

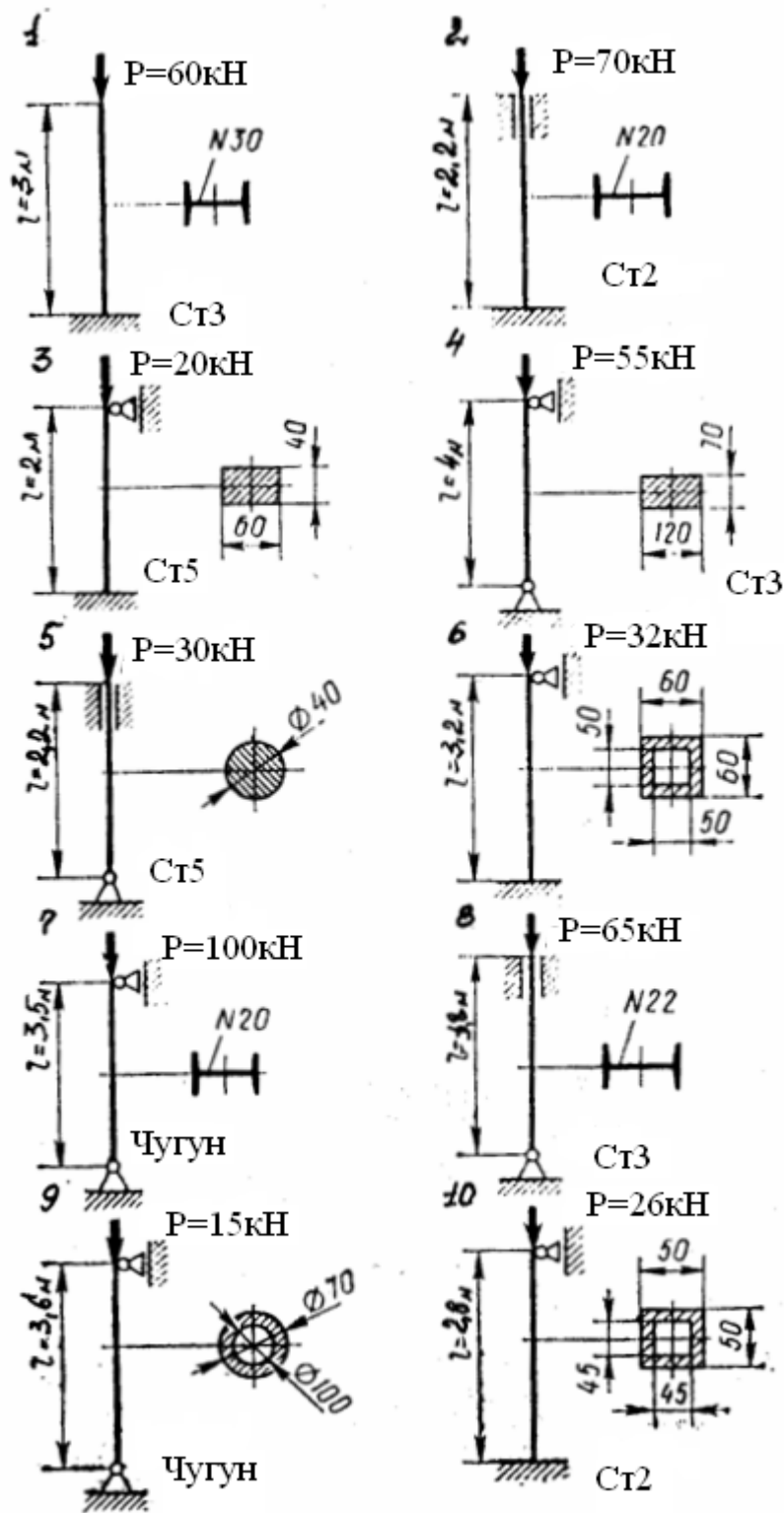


Рис. 10.8

### Задача 10.3 (рис 10.9)

Как изменится значение  $F_{кр}$  для стержня, изображенного на рис 10.11, если : а) диаметр увеличить вдвое; б) площадь поперечного сечения увеличить вдвое? Потеря устойчивости происходит при  $\sigma_{кр} < \sigma_{пц}$

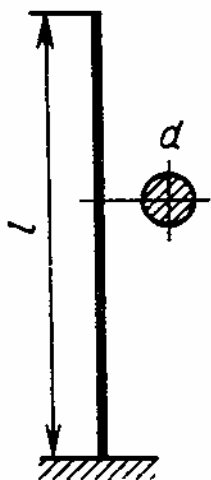


Рис 10.9

### Задача 10.4 (рис 10.10)

Сравнить значения  $F_{кр}$  для стержней, изображенных на рис 10.10. Материал стержней одинаков. Потеря устойчивости происходит при  $\lambda > \lambda_{пред}$ .

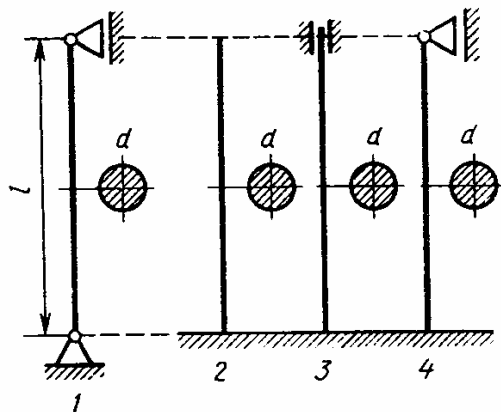


Рис 10.10



### Задача 10.5 (рис 10.11)

Сравнить значения  $F_{кр}$  для стержней, изображенных на рис 10.11. Материал стержней одинаков. Потеря устойчивости происходит при  $\sigma_{кр} < \sigma_{пц}$ .

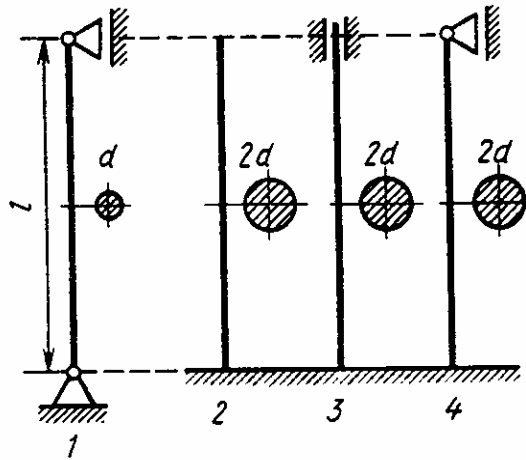


Рис 10.11

### Задача 10.6 (рис 10.12)

Сравнить значения  $F_{кр}$  для стержней, изображенных на рис 10.12. Материал стержней одинаков. Потеря устойчивости происходит при  $\lambda > \lambda_{пред}$ .

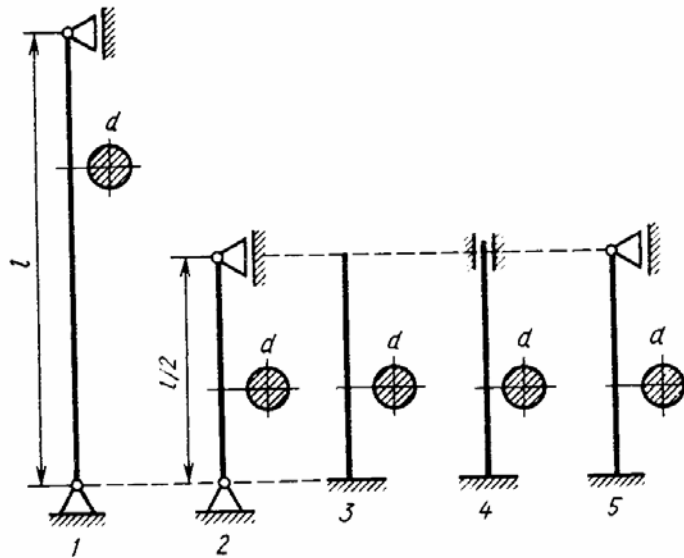


Рис 10.12

### Задача 10.7

Как изменится значение  $F_{кр}$ , если поперечное сечение стержня – круг диаметром  $d$  – заменить сечением с равновеликой площадью: а) квадрат; б) кольцо ( $d_0 : d = 0,8$ ); в) прямоугольник  $b \times 2b$ ? Потеря устойчивости происходит при  $\sigma_{кр} < \sigma_{щ}$ .

### Задача 10.8 (рис 10.13)

Проверить из расчета на устойчивость стойки, показанные на рис 10.13 а-е.

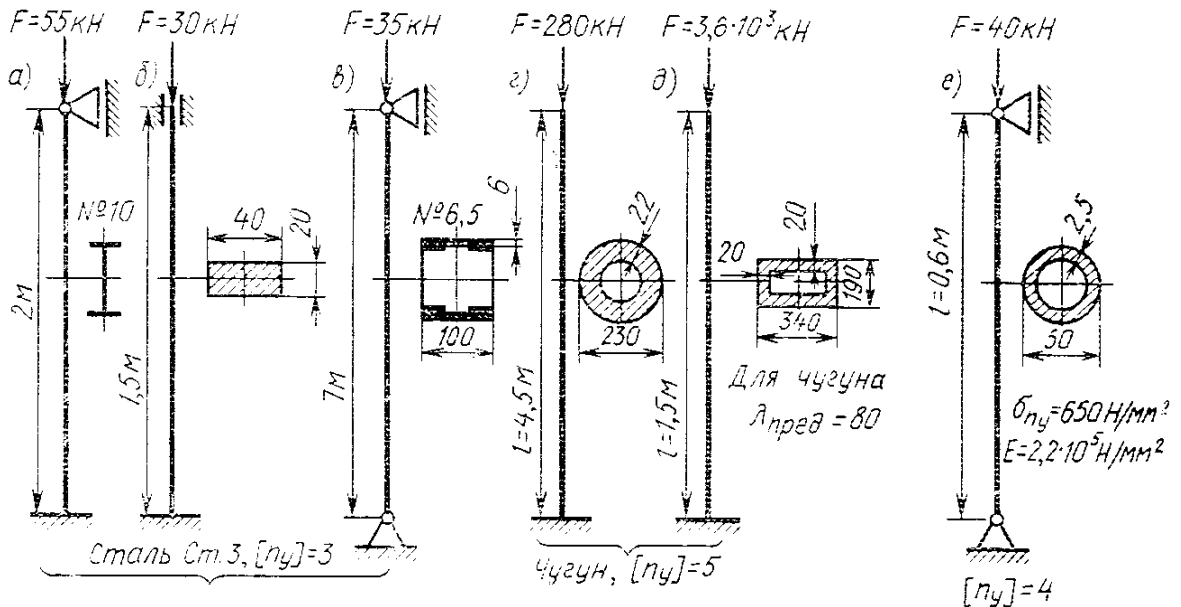


Рис. 10.13

### Задача 10.9 (рис 10.14)

Определить из расчета на устойчивость размеры поперечных сечений сжатых стоек, изображенных на рис. 10.14 а, б. Материал стоек сталь Ст3. Принять  $[n_y] = 4,5$ ,  $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$ .

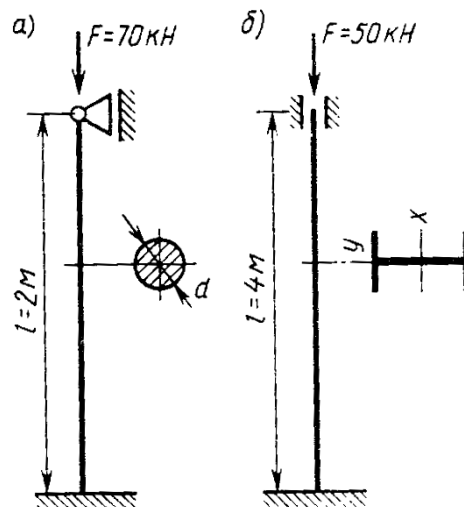


Рис 10.14

### Задача 10.10 (рис 10.15)

Вычислить коэффициент запаса устойчивости поперечной рулевой тяги автомобиля (рис 10.15). Материал тяги сталь Ст3.

Указание. В плоскости  $yOz$  закрепления концов тяги считать шарнирными, плоскости  $xOz$  – жесткие заделки.

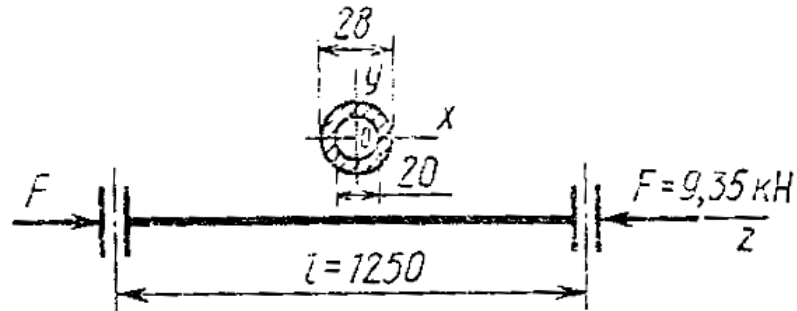


Рис 10.15

### Задача 10.11 (рис 10.16)

Определить допускаемое значение силы  $F$  для стержневых конструкций, изображенных на рис 10.16 а, б. Материал стержней – сталь Ст3.

Принять  $[n_v] = 2,5$ .

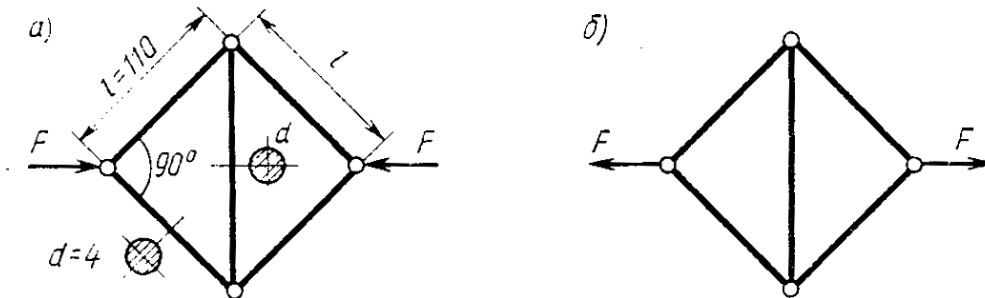


Рис 10.16

### Задача 10.12 (рис 10.17)

Двутавровая балка, шарнирно закрепленная одним концом, опирается на стойку из двух сваренных между собой равнополочных уголков  $40 \times 40 \times 4$  (рис 10.17). Проверить прочность балки и устойчивость стойки, если  $[n_y] = 1,5$ ,  $[n_y] = 2,5$ ,  $\sigma_T = 240 \text{ Н/мм}^2$ . Материал балки и стойки – сталь Ст3.

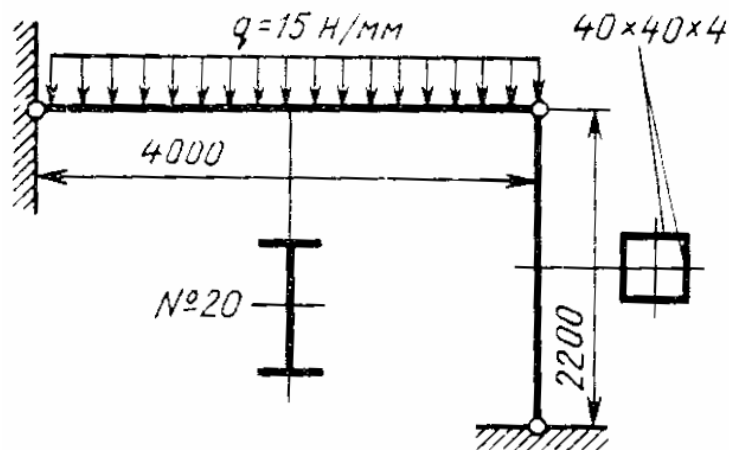


Рис 10.17

### Задача 10.13

По данным предыдущей задачи определить длину стойки, при которой  $[n] = [n_y]$

### Задача 10.14 (рис 10.18)

Определить допускаемое значение силы  $F$  из условия устойчивости стойки (рис 10.18), если  $[n_y] = 2,5$ . При найденном значении силы  $F$  определить размеры поперечного сечения балки, если  $[n_y] = 1,5$ . Материал балки и стойки – сталь Ст3 с  $\sigma_T = 240 \text{ Н/мм}^2$ .

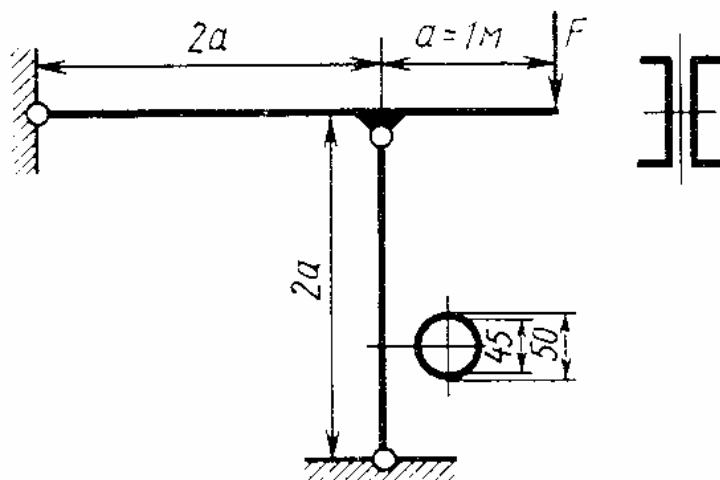


Рис 10.18

### Задача 10.15 (рис 10.19)

Проверить прочность балки и устойчивость стойки (рис 10.19), если  $[n_y] = 1,5$ ,  $[n_{\nu}] = 3$ . Материал балки и стойки – сталь Ст3 с  $\sigma_T = 240 \text{ Н/мм}^2$ .

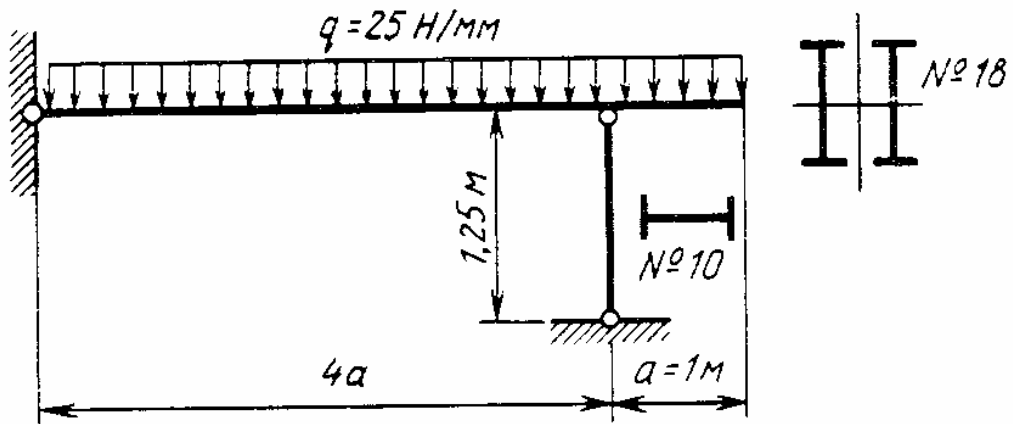


Рис 10.19

### Задача 10.16

Рассчитать гибкость стержня круглого поперечного сечения, если диаметр его 85 мм, длина 1,5 мм, стержень шарнирно закреплен с обоих концов.

### Задача 10.17 (рис 10.20)

Определить допускаемую нагрузку для стойки. Материал – сталь, поперечное сечение – швеллер № 20, запас устойчивости – 4,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ . Формула Эйлера применима.

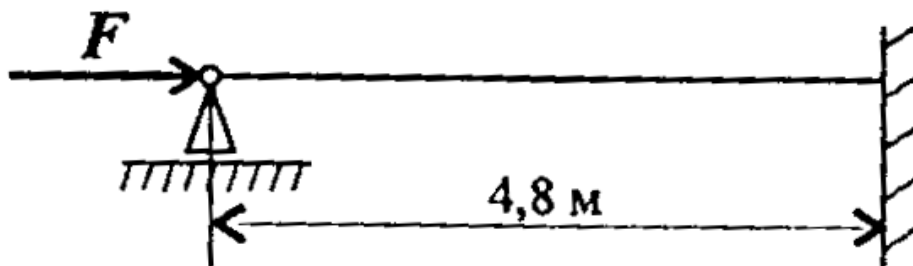


Рис 10.20



### Задача 10.18 (рис 10.21)

Подобрать сечение центрально-сжатой стойки. Материал стойки для нечетных вариантов – сталь 20, для четных вариантов – сталь Ст3.

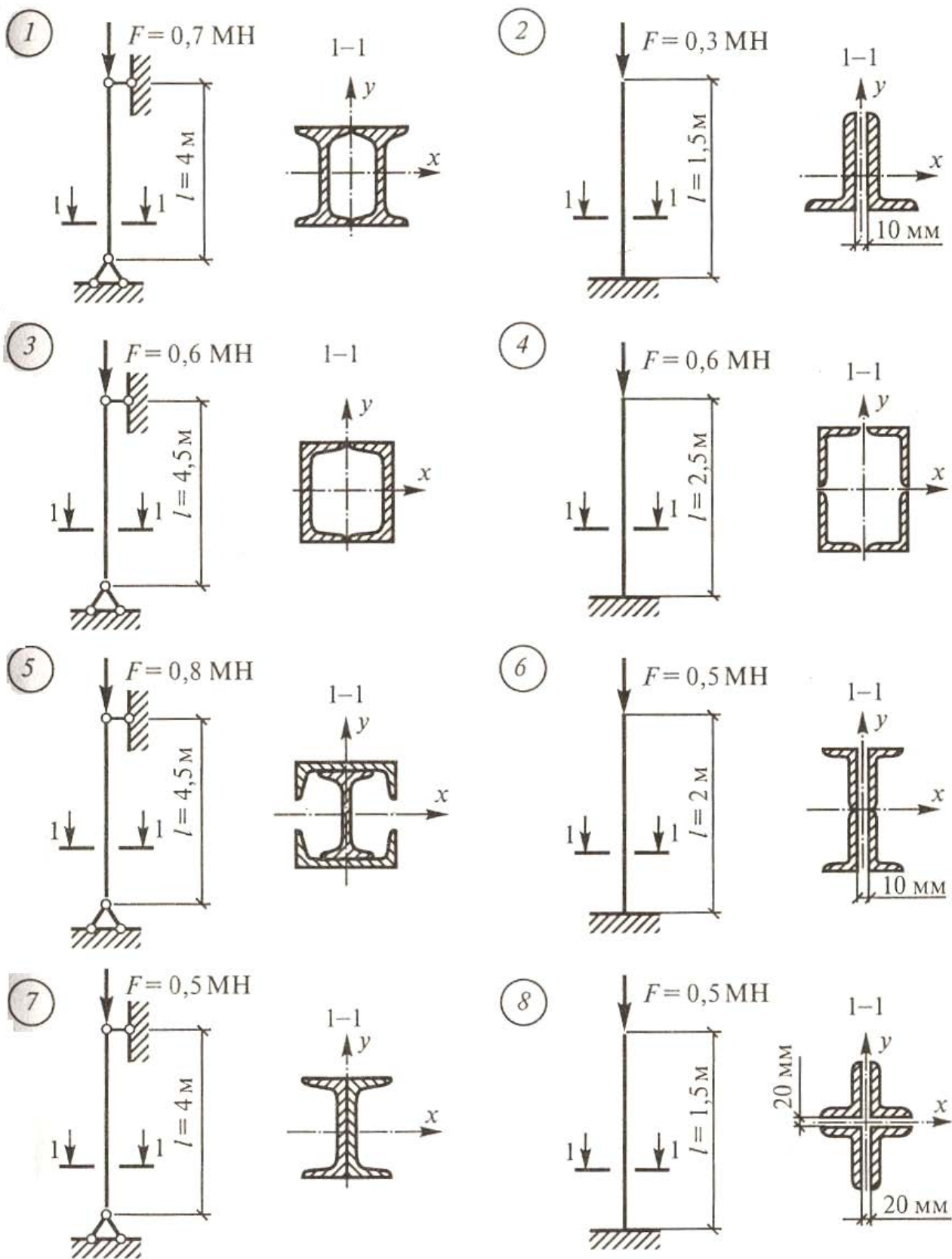


Рис 10.21

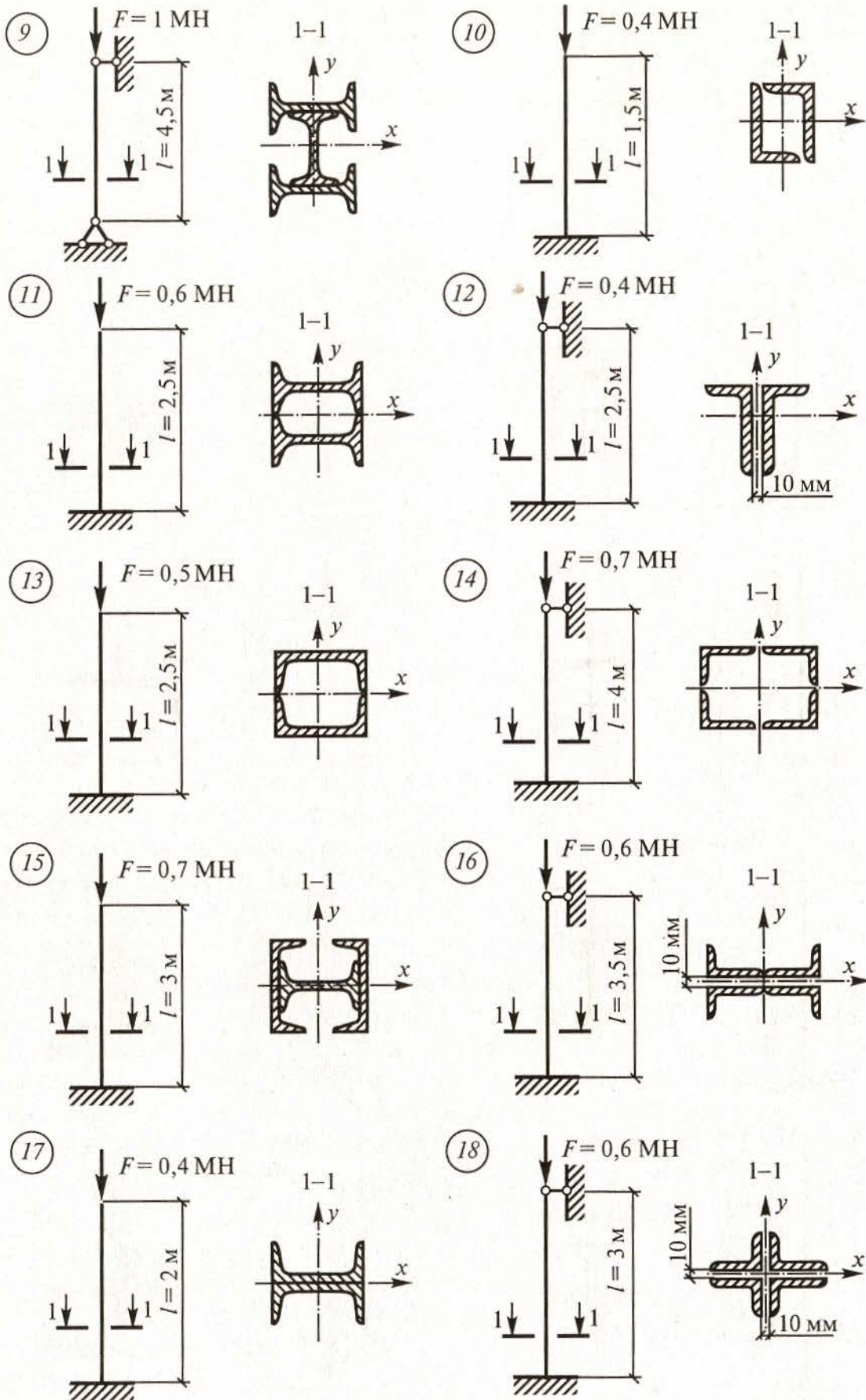


Рис 10.21 Продолжение

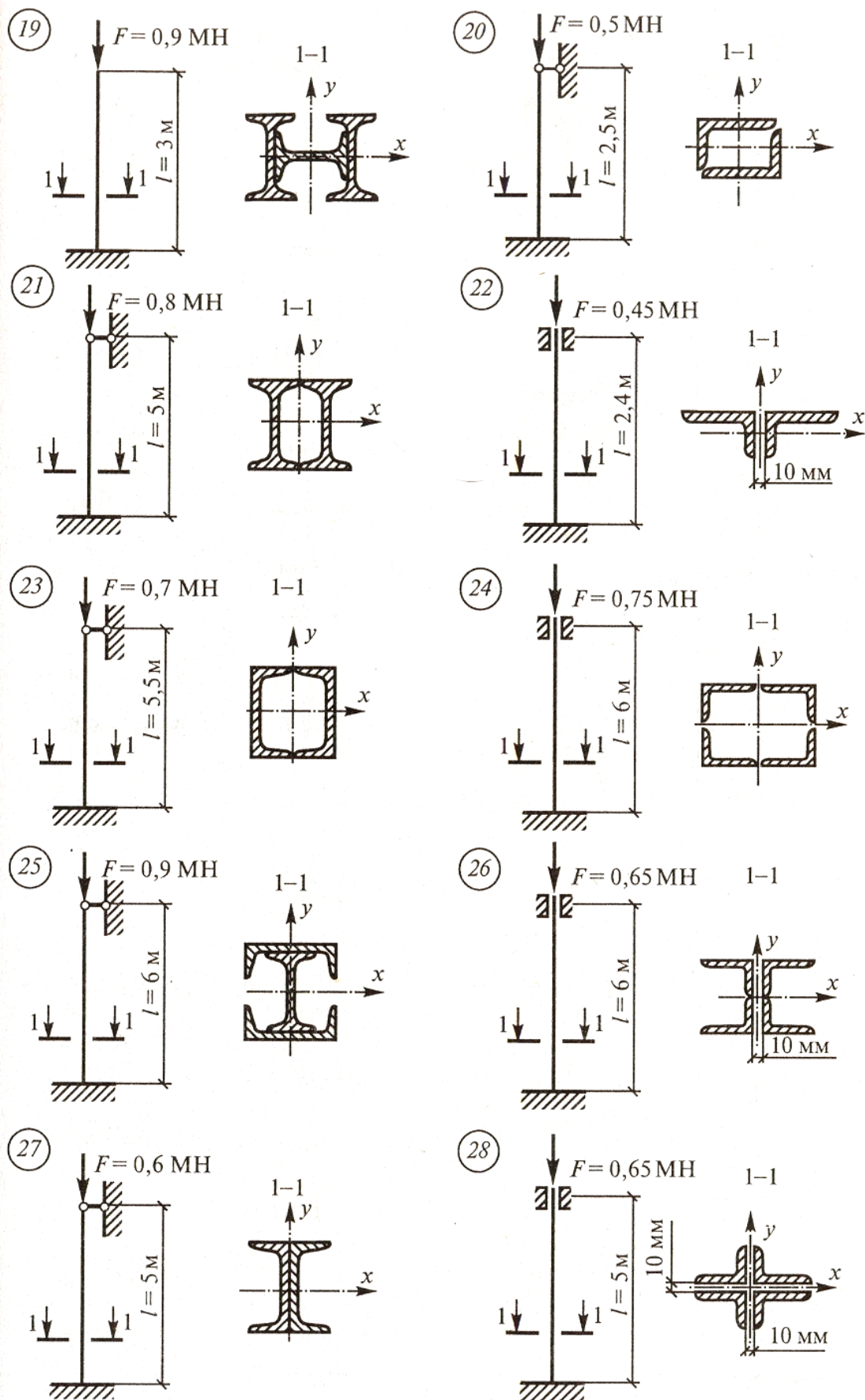
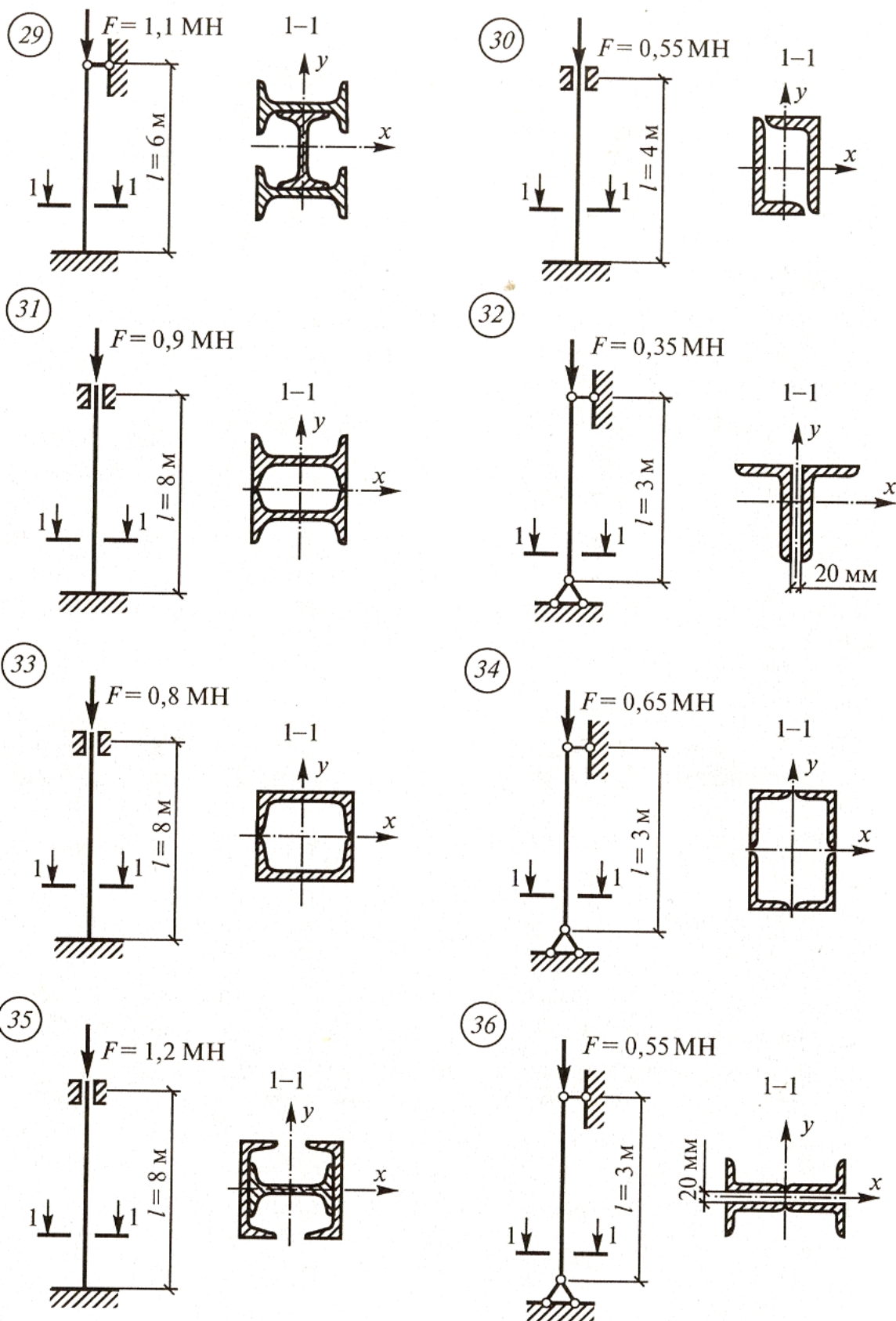


Рис 10.21 Продолжение



## Список использованных источников

### Основные источники:

- 1 Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Техническая механика: учебник для СПО. 3-е изд., стер. М.: Академия, 2016. 528 с.
- 2 Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов: учебник для СПО. 13-е изд., стер. М.: Академия, 2012. 320 с.
- 3 Эрдеди А.А., Эрдеди Н.А. Детали машин: учебник для СПО. 5-е изд., стер. М.: Академия, 2012. 288 с.

### Дополнительные источники:

- 1 Атаров Н.М. Сопротивление материалов (с примерами решения задач) [Электронный ресурс]: учеб. пособие / под ред. Г.С. Варданян, А.А. Горшков, А.Н. Леонтьев. М.: КноРус, 2016. 331 с. URL: <https://www.book.ru/book/920486/view> (договор на предоставление доступа к ЭБС).
- 2 Борисенко Л.А. Теория механизмов, машин и манипуляторов [Электронный ресурс]: учеб. пособие. М.: НИЦ ИНФРА-М; Мн.: Нов. знание, 2013. 285 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=369685> (договор на предоставление доступа к ЭБС).
- 3 Горбачев К.П. Сопротивление материалов. Конспект лекций [Электронный ресурс]: курс лекций. М.: Проспект, 2015. 312 с. URL: <https://www.book.ru/book/918055/view> (договор на предоставление доступа к ЭБС).
- 4 Жуков, В.А. Детали машин и основы конструирования: Основы расчета и проектирования соединений и передач [Электронный ресурс]: учеб. пособие. М.: Инфра-М; Znanium.com, 2015. 416 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=504627> (договор на предоставление доступа к ЭБС).
- 5 Клещева Н.А., Штагер Е.В. Дидактическое обеспечение контроля остаточных знаний по физике и теоретической механике [Электронный ресурс]: учеб. пособие. М.: Проспект, 2015. 83 с. URL: <https://www.book.ru/book/917439/view> (договор на предоставление доступа к ЭБС).

6 Куклин Н.Г., Куклина Г.С., Житков В.К. Детали машин [Электронный ресурс]: учебник для СПО. 9-е изд., перераб. и доп. М.: КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2015. 512 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=496882> (договор на предоставление доступа к ЭБС).

7 Мовнин М.С. Израелит А.Б., Рубашкин А.Г. Основы технической механики [Электронный ресурс]: учебник. СПб.: Политехника, 2016. 289 с. URL: <http://www.iprbookshop.ru/58853> (договор на предоставление доступа к ЭБС).

8 Сафонова Г.Г., Артюховская Т.Ю., Ермаков Д.А. Техническая механика [Электронный ресурс]: учебник. М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. 320с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=402721> (договор на предоставление доступа к ЭБС).

9 Сетков В.И. Сборник задач по технической механике: учеб. пособие для СПО. М.: Академия, 2003. 224 с.

10 Хруничева Т.В. Детали машин: типовые расчеты на прочность [Электронный ресурс]: учеб. пособие СПО. М.: ИНФРА-М, 2014. 224 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=417970> (договор на предоставление доступа к ЭБС).

11 Эрдеди Н.А., Эрдеди А.А. Сопротивление материалов [Электронный ресурс]: учеб. пособие. М.: КноРус, 2016. 157 с. URL: <https://www.book.ru/book/918014/view> (договор на предоставление доступа к ЭБС).

Нормативно-технические документы:

1 ГОСТ 1139–80. Основные нормы взаимозаменяемости (далее– ОНВ). Соединения шлицевые прямобоочные. Размеры и допуски. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

2 ГОСТ 1643–81. ОНВ. Передачи зубчатые цилиндрические. Допуски. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

3 ГОСТ 3325–85. Подшипники качения. Поля допусков и технические требования к посадочным поверхностям валов и корпусов. Посадки. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

4 ГОСТ 3478–2012. Подшипники качения. Присоединительные размеры. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

5 ГОСТ 4608–81. ОНВ. Резьба метрическая. Посадки с натягом. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

6 ГОСТ 6033–80. ОНВ. Соединения шлицевые эвольвентные с углом профиля 30°. Размеры, допуски и измеряемые величины. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

7 ГОСТ 8790–79. ОНВ. Соединения шпоночные с призматическими направляющими шпонками и креплением на валу. Размеры шпонок и сечений пазов. Допуски и посадки. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

8 ГОСТ 9150–2002. ОНВ. Резьба метрическая. Профиль. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

9 ГОСТ 11708–82. ОНВ. Резьба. Термины и определения. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

10 ГОСТ 24071–97. ОНВ. Сегментные шпонки и шпоночные пазы. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

11 ГОСТ 24705–2004 (ИСО 724:1993). ОНВ. Резьба метрическая. Основные размеры. [Электронный ресурс]. Доступ из справ.-правовой системы «Гарант».

Информационно-поисковые системы:

1 Справочно-правовая система «Гарант».

2 Профессионально-справочная система «Техэксперт».

Интернет-ресурсы:

1 Теоретическая механика. Электронный учебный курс для студентов очной и заочной форм обучения / сост. И. Каримов  
URL:<http://www.teoretmech.ru/> (дата обращения: 12.01.2017).

2 Электронно-библиотечная система IPRbooks. URL:  
<http://www.iprbookshop.ru> (договор на предоставление доступа к ЭБС IPRbooks).

3 Электронно-библиотечная система BOOK.ru. URL: <https://www.book.ru/>  
(договор на предоставление доступа к ЭБС).

4 Электронно-библиотечная система znanium.com. URL: <http://znanium.com/>  
(договор на предоставление доступа к ЭБС).

## ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

СОГЛАСОВАНО

Старший методист



М.В. Отс

Методист по ИТ



Т.А. Сергеева